Partie 2
Animation

1. **Animation par modèles descriptifs**
   - Cinématique directe
   - Cinématique inverse
2. Animation par modèles générateurs
   - Modèles physiques discrets et continus
   - Collisions, contrôle du mouvement

Histoire de l'animation

- Dessin animé
  - Animateur confirmé : dessins « clés »
  - Aides animateurs : dessins secondaires (30 dessins / sec)
- Utiliser l'ordinateur pour interpoler ?
  - des positions
  - des orientations
  - des formes

Modèle « descriptif »

L'animateur reste maître du mouvement

2

Modèle « descriptifs » versus modèle « générateur » ?

- Définir les « lois du mouvement », plus ou moins complexes

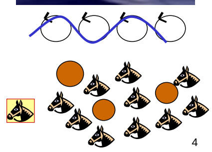
  Exemples :
  - une procédure à exécuter (équation de la trajectoire)
  - les lois de la physiques
  - des lois comportementales
- Laisser le système **engendrer le mouvement**

Modèle « générateur»
- Décrit une *« famille de mouvements »*
- Contrôle indirect!

Modèles générateurs
Historique : Méthodes procédurales

- Systèmes de particules
  - Points cinématiques : X, V
  - V donné par une loi de mouvement
  - Vie / mort de particules

- Exemples:
  - Animation procédurale de l'océan
  - Feu, fumée procédurale
  - Bancs de poissons, hordes

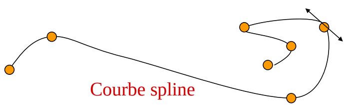


4

Revenons aux modèles descriptifs!
Rappel : techniques d'interpolation

Courbes paramétriques
- définition à partir de points « de contrôle »
- contrôle local
  - raccordements de segments de courbes polynomiaux
  - degré 3 et classe C^1 ou C^2 en général.

Point de contrôle



Courbe spline

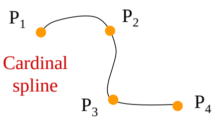
5

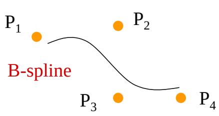
Courbes splines

- Segment de courbe

$$Q_i(u) = (u^3\, u^2\, u\; 1)\, M_{spline}\, [P_{i-1}\, P_i\, P_{i+1}\, P_{i+2}]^t$$

- Interpolation ou approximation



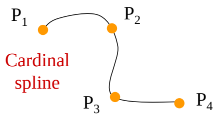


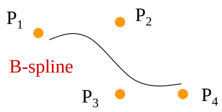
6

Courbes splines

$Q_i(u) = (u^3\ u^2\ u\ 1)\ M_{spline}\ [P_{i-1}\ P_i\ P_{i+1}\ P_{i+2}]^t$

$$M_{Catmull} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad M_{Bspline} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

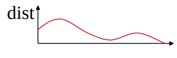




7

Modèles descriptifs
Cinématique directe

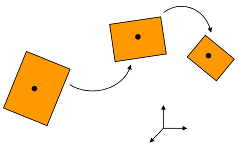
- Interpolation de positions clés
  - splines d'interpolation
  Hermite ou Cardinal spline
  Permettre les points d'inflexion!
  - contrôle de la vitesse de parcours
  « Graphe des vitesses »



8

Modèles descriptifs
Cinématique directe

- Interpolation des orientations
  Bien choisir la représentation !
  - Matrice de rotation
  - Angles d'Euler
  - Vecteur rotation
  - Quaternion



9

Matrices de rotation

- Représentation : matrice orthogonale
  - chaque orientation = 9 coefficients
- Interpolation :
  - interpoler les coefficients terme à terme
  - re-ortho-normaliser

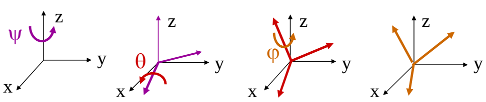
Coûteux et mal adapté :
  - $M = k\,M_1 + (1-k)\,M_2$ peut être dégénérée
  Ortho-normalisation impossible dans ce cas

Exemple:
Axe x, angle α
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Exemple:
M_1 = Id
M_2 : axe x, $\alpha = \pi$

10

Angles d'Euler



Représentation : trois angles (ψ, θ, φ)
  - Intuitif : $R(V) = R_{z,\varphi}(R_{x,\theta}(R_{z,\psi}(V)))$

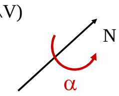
- Interpolation peu coûteuse, mais non invariante par rotation
- Si ($\theta = 0$), perte d'un degré de liberté

11

Vecteur rotation

Représentation : $V_{rot} = \alpha\, N$, où N axe unitaire

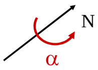
- Appliquer la rotation *(formule de Rodrigues)*
  $R(V) = V + \sin\alpha\,(N \wedge V) + (1 - \cos\alpha)\, N \wedge (N \wedge V)$
  - Petites rotations
  $R(V) \approx V + \alpha\,(N \wedge V)$
- Composer deux rotations
  - Petites rotations : somme des vecteurs rotation
- Interpoler ??



12

Quaternions

Représentation : $q = (\cos(\alpha/2), \sin(\alpha/2)N) \in S^4$



- Algèbre des quaternions

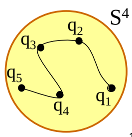
  $p \,.\, q = (p_r q_r - p_p q_p \,,\, p_r q_p + q_r p_p + p_p \wedge q_p)$

  $q^{-1} = (q_r \,, -q_p) / q_r^2 + q_p q_p \qquad I = (1,0,0,0)$

- Appliquer une rotation

  $R(V) = (0,V)\, q^{-1}$

- Composer deux rotations : p.q
- Interpoler : splines sur S^4

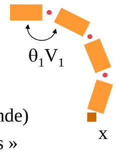


13

Modèles descriptifs
Cinématique directe

Squelettes articulés

- Hiérarchie de repères
  (racine dans le repère du monde)
- Mise au point « de haut en bas »
  - compenser les mouvements non désirés
- Contrôle des extrémités difficile !
  (exemple : pied horizontal sur la pédale)

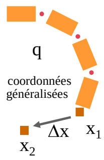


14

Modèles descriptifs
Cinématique inverse

- Contrôle de l'extrémité d'une chaîne
  - calcul automatique des autres orientations ?

    $x_1 = f(q) \qquad x_2 = f(\,????)$



Méthode issue de la robotique

- inversion d'un système non linéaire

  $\Delta x = J\, \Delta q$, avec $J_{ij} = \dfrac{\partial x_i}{\partial q_j}$, Jacobienne $\boxed{J}$

- système sous-contraint, donc pseudo-inverse : $J^+ = (J^t J)^{-1} J^t$

  $\Delta q = J^+ \Delta x \qquad$ (Tâche secondaire: $\Delta q = J^+ \Delta x + (I - J^+ J)\, \Delta z$)

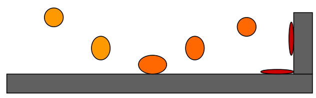
15

Modèles descriptifs
Déformations

Interpoler entre des « formes clés »

- Exemple : Effets « Disney »
  - changement d'échelle selon un axe, de couleur…

$$k\,(u) = (u^3\, u^2\, u\; 1)\, M_{spline}\, [k_{i-1}\; k_i\; k_{i+1}\; k_{i+2}]^{\,t}$$



16

Modèles géométriques et animation

- Animer un modèle = animer ses paramètres

Surfaces splines, de subdivision

- Formes intermédiaires
  - Engendrées par les trajectoires des points de contrôle
  Bien adaptées aux objets structurés (topologie constante)
- Volumes englobants (collisions …)
  - enveloppe convexe des points de contrôle si Bspline

17