

# Systèmes de particules

SIA Ensimag 3A

Estelle Duveau



- **Andrew Witkin et David Baraff - Physically Based Modeling cours à Siggraph 2001**
- Cours de Marie-Paule Cani, François Faure, Nicolas Holzschuch

# Plan

- 1 Définition
- 2 Forces
- 3 Vie d'une particule
- 4 Applications

# Plan

1 Définition

2 Forces

3 Vie d'une particule

4 Applications

# Une particule

- **Masse  $m$ , position  $p$ , vitesse  $v$**
- Loi de la dynamique :  $f = m\dot{v} \Leftrightarrow \frac{dX(t)}{dt} = F(X(t), t)$  avec

$$X = \begin{pmatrix} p \\ v \end{pmatrix} \quad F(X, t) = \begin{pmatrix} v \\ \frac{1}{m}f(X, t) \end{pmatrix}$$

⇒ **ODE d'ordre 1**

- La concaténation de  $p$  et  $v$  est appelée la position dans l'**espace des phases**.
- Pour chaque particule, on stocke  $(p, v, m, f)$ .

# Un système de particules

- Ensemble de particules  $(p^i, v^i, m^i, f^i)$
- **Générateur** : source de particules
- **Durée de vie** limitée
- Loi de la dynamique :

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(X(t), t) \quad ; \quad X = \begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \\ v_x^0 \\ v_y^0 \\ v_z^0 \\ p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \\ v_x^1 \\ v_y^1 \\ v_z^1 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad F(X, t) = \begin{pmatrix} v_x^0 \\ v_y^0 \\ v_z^0 \\ \frac{1}{m} f_x^0(X, t) \\ \frac{1}{m} f_y^0(X, t) \\ \frac{1}{m} f_z^0(X, t) \\ v_x^1 \\ v_y^1 \\ v_z^1 \\ \frac{1}{m} f_x^1(X, t) \\ \frac{1}{m} f_y^1(X, t) \\ \frac{1}{m} f_z^1(X, t) \\ \vdots \end{pmatrix}$$

# Plan

1 Définition

2 Forces

3 Vie d'une particule

4 Applications

# Forces

- **unaires** (gravité)
  - **n-aires** (ressorts)
  - à distance (attraction)
  - ...
- constantes (gravité)
  - dépendantes de la position (champ de forces)
  - dépendantes de la vitesse (amortissement)
  - ...

$$f^i = -m^i G$$

- unaire
- constante
- Exemples :
  - ▶ Poids sur Terre :  $G = 9.81z$
  - ▶ Fumée, Flammes : la gravité pointe vers le haut!
  - ▶ Augmente l'énergie du système

# Champs de forces

$$f^i = f(x^i, t)$$

- unaire
- ne dépend que de la position et éventuellement du temps
- augmente l'énergie du système
- Exemples :
  - ▶ vent
  - ▶ courants
  - ▶ ...

# Amortissement visqueux

$$f^i = -\nu v^i$$

- unaire
- ne dépend que de la vitesse
- $\nu =$  coefficient de viscosité
- s'oppose au mouvement
- diminue l'énergie du système  $\Rightarrow$  **stabilise le système**

# Attraction spatiale

$$f^i = \sum_j f(x^i, x^j)$$

- binaire
- $O(n^2)$  pour tester toutes les paires pour  $n$  particules
- **Potentiel**  $V$  :  $f = -\text{grad}V$
- Exemple : Lennard-Jones : interactions entre deux atomes :

$$V = \frac{\sigma_1}{\|x^i - x^j\|^{12}} - \frac{\sigma_2}{\|x^i - x^j\|^6}$$

## Exemple : Ressort

$$\Delta x = x^j - x^i$$

$$f(x^i, x^j) = -k(\|\Delta x\| - l) \frac{\Delta x}{\|\Delta x\|}$$

- $k =$  raideur
- $l =$  longueur au repos
- cherche à ramener la distance entre les 2 particules à  $l$
- 3ème loi de Newton :  $f(x^j, x^i) = -f(x^i, x^j)$

## Ressort amorti :

$$\Delta x = x^j - x^i$$

$$f(x^i, x^j, v^i, v^j) = -k_s(\|\Delta x\| - l) \frac{\Delta x}{\|\Delta x\|} + k_d \left( \frac{(v^j - v^i) \cdot \Delta x}{\|\Delta x\|} \right) \frac{\Delta x}{\|\Delta x\|}$$

- dépend de la position ET de la vitesse
- $k_d$  = **amortissement**
- 3ème loi de Newton :  $f(x^j, x^i) = -f(x^i, x^j)$
- **s'oppose au mouvement**

# Plan

1 Définition

2 Forces

3 Vie d'une particule

4 Applications

# Création des particules

- Chaque système de particules possède un **générateur** de particules
- Flux de création *rate* : nombre de particules par seconde
- Au pas de temps  $t + \Delta t$ , on crée  $\lfloor \frac{\Delta t}{rate} \rfloor$  particules
- Distribution (souvent aléatoire) de position et vitesse

# Durée de vie des particules

- Pour chaque particule, on garde en mémoire sa date de création
- Les particules ont une durée de vie donnée
- Effets en fonction de l'âge de la particule :
  - ▶ suppression de la particule une fois sa durée de vie écoulée
  - ▶ changement de couleur (refroidissement)
  - ▶ changement d'opacité
  - ▶ ...

## A chaque étape

- 1 Éliminer les particules trop âgées
- 2 Créer les nouvelles particules
- 3 Calculer les forces appliquées à chaque particule  $f^i$
- 4 Mettre à jour les vitesses et les positions des particules (ODE)  
*Exemple : Euler explicite avec un pas  $h$  :*

$$v_{new}^i = v_{old}^i + h \frac{f^i}{m^i}$$

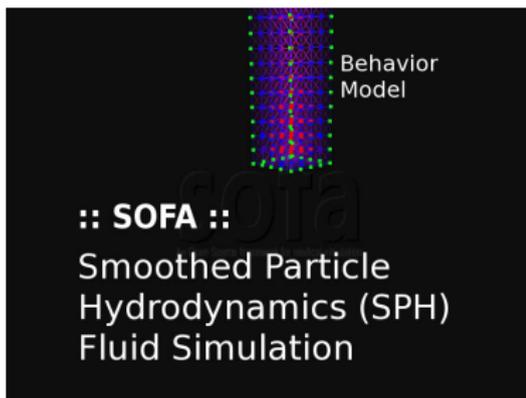
$$x_{new}^i = x_{old}^i + hv^i$$

- 5 Traiter les collisions

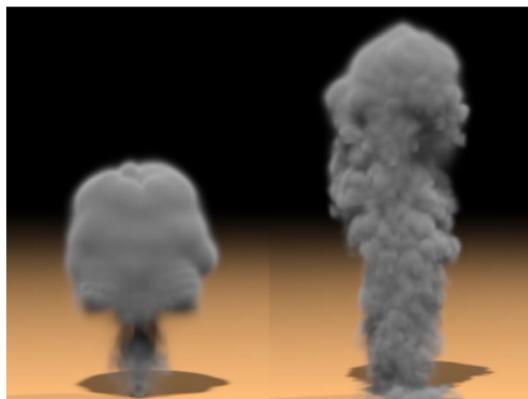
# Plan

- 1 Définition
- 2 Forces
- 3 Vie d'une particule
- 4 Applications**

# Fluides : poussières, fumées, flammes, liquides, ...



Sofa



Selle et al, Siggraph 2005



Lenaerts et al, Siggraph 2008



Solenthaler et al, Siggraph 2009