



Grenoble INP – ENSIMAG
École Nationale Supérieure d'Informatique et de Mathématiques Appliquées

Rapport de projet de fin d'études

Effectué à Inria Grenoble Rhône-Alpes, équipe Maverick
Univ. Grenoble Alpes, LJK, CNRS, Inria

Global appearance of non-uniform volumes of stars and dust clouds for the realistic
real-time rendering of galaxies

GUILLAUME LOUBET
3^e année – Option MMIS

10 février 2014 – 1er août 2014

Inria Grenoble Rhône-Alpes
Equipe Maverick
655 avenue de l'Europe
8334 Saint Ismier cedex

Responsables de stage :

FABRICE NEYRET
Encadrant scientifique, directeur de Recherche CNRS

JEAN-SÉBASTIEN FRANCO
Encadrant Ensimag, professeur adjoint et chercheur Inria

Je remercie Fabrice Neyret pour son extraordinaire disponibilité, ses éclaircissements, ses rectifications, ses astuces. Je remercie également toute l'équipe GigaVoxels, je souhaite qu'elle reste toujours aussi accueillante ! Merci à Diane Courtiol, qui a beaucoup facilité le démarrage, et puis à toute l'équipe Maverick pour les bons moments, la ronde des thèses et les potins. Enfin, je remercie les relecteurs de ce rapport, dont Jean-Sébastien Franco pour la première version, et Fabrice Neyret pour les dernières.

Et puis, un petit merci à la chorale de l'Inria, dont la bonne humeur perdure bien après les dernières notes !

Table des matières

1	Résumé	6
2	Contacts	6
3	Déroulement du stage	7
3.1	Présentation de l'équipe Maverick	7
3.2	Organisation	7
4	Indroduction	9
4.1	Motivation du rendu en temps réel de galaxies	9
4.1.1	Le rendu temps réel	9
4.1.2	Pourquoi le rendu temps réel de galaxies?	10
4.2	Les spécificités du rendu de galaxie	10
4.2.1	Les données d'entrée	10
4.2.2	Que peut-on visualiser?	11
4.2.3	Comment enrichir la visualisation?	12
4.3	Le problème du filtrage	12
4.4	GigaVoxels	13
4.5	Objectif du stage	14
5	Les interactions lumière-matière	15
5.1	Source de lumière	15
5.2	Absorption, diffusion et albedo	15
5.3	Les diffusions anisotropes	16
5.4	Doubles ou N-diffusions	17
5.5	Absorption et diffusion en CG	17
6	Caractérisation des nuages du milieu interstellaire	18

6.1	Description rapide du milieu interstellaire	18
6.1.1	Les nuages moléculaires	18
6.1.2	Les régions HI	19
6.1.3	Les régions HII	19
7	Recherche de modèle pour l'apparence d'un nuage de poussière illuminé	21
7.1	Motivations et vue d'ensemble	21
7.2	Formulation du problème	21
7.3	Le cas homogène	24
7.4	Cas du gradient de densité	25
7.5	Conclusion	27
8	Hétérogénéité et opacité des nuages moléculaires	28
8.1	Condition d'application de la loi de Beer-Lambert et utilité du filtrage . . .	28
8.2	Problème de la caractérisation de l'hétérogénéité des nuages	30
8.3	Influence des hétérogénéités microscopiques	31
8.4	Conclusion de l'étude de l'hétérogénéité	31
9	Modélisation procédurale des nuages	32
9.1	Previous works	32
9.1.1	Les fonctions de bruit procédural	32
9.1.2	Du bruit au nuage	33
9.2	Utilisation du bruit procédural pour les nuages des galaxies	33
10	Modèles pour le filtrage des nuages hétérogènes	36
10.1	Mesures sur des nuages modélisés avec du bruit de Perlin simple, conclusions	36
10.2	Étude de cas sur des nuages modélisés avec du bruit de Perlin concentré . .	36
10.3	Évaluation de l'hétérogénéité par oversampling	38
10.4	Approches probabilistes	39

11 Conclusion scientifique	40
12 Conclusion générale	40
13 Bibliographie et références	41
13.1 Iñigo Quilez et Shadertoy	41
13.2 Milieu interstellaire	41
13.3 Fractales	42
13.4 Rendu de nuages	42
13.5 Procéduralisme	43
13.6 Divers	44
13.7 Crédits FCRAO	45
14 Annexes	46

1 Résumé

On trouvera dans ce document le compte rendu de mon stage effectué dans l'équipe Maverick du laboratoire de recherche LJK/Inria Grenoble Rhône-Alpes, dans le cadre d'un projet de fin d'étude du cursus de formation ingénieur à l'ENSIMAG.

Ce document contient des informations sur le déroulement du stage, la thématique et son contexte scientifique, ainsi que le travail effectué à la date de rédaction.

Ce stage s'inscrivait dans le cadre de la visualisation interactive de galaxies, en lien avec l'Observatoire de Paris/Meudon et la société R.S.A. Cosmos (projet ANR Galaxy/veRTIGE). Il portait sur des problématiques de filtrage permettant une meilleure visualisation de volumes hétérogènes de gaz, de poussières et d'étoiles.

Après avoir présenté l'équipe Maverick et l'organisation du stage (partie 3), on introduira le thème du stage et le principe du *rendu temps réel* (partie 4). Nous poserons les fondamentaux des interactions lumière/matière en informatique graphique (partie 5) et quelques bases de l'astronomie des galaxies (partie 6). Enfin, les parties 7, 8 et 9 présenteront le travail effectué pendant le stage.

2 Contacts

Responsable de stage : FABRICE NEYRET

Directeur de Recherche CNRS, équipe Maverick, LJK/Inria Grenoble Rhône-Alpes

fabrice.neyret@imag.fr

Inria Grenoble - Rhône-Alpes

655 avenue de l'Europe

8334 Saint Ismier cedex

Tuteur Ensimag : JEAN-SÉBASTIEN FRANCO

Professeur adjoint à l'Ensimag, et chercheur Inria, équipe Morpheo

jean-sebastien.franco@inria.fr

Inria Grenoble - Rhône-Alpes

655 avenue de l'Europe

8334 Saint Ismier cedex

Étudiant : GUILLAUME LOUBET

guillaume.loubet@ensimag.fr

15 rue Saint-Jacques

38000 Grenoble

3 Déroulement du stage

3.1 Présentation de l'équipe Maverick

Maverick est l'une des équipes du laboratoire de recherche LJK/Inria Grenoble Rhône-Alpes. Elle regroupe une quinzaine de scientifiques (chercheurs, enseignants-chercheurs, ingénieurs, doctorants et post-doctorant, stagiaires), ainsi qu'une assistante administrative. L'équipe est spécialisée dans la production de représentations et d'algorithmes pour la synthèse efficace et de haute qualité d'images et d'animations. Les recherches s'orientent selon 4 axes principaux :

La visualisation par ordinateur : elle vise à permettre la visualisation de données (médicales, issues de simulations, mesures...), de manière à ce que les informations clés soient visibles, compréhensibles et correctes.

La simulation d'illumination : une des clés de la synthèse d'images réalistes est la simulation de l'interaction lumière/matière. L'équipe travaille sur le rendu d'effets visuels complexes, comme le flou cinétique ou le rendu de matériaux participatifs. Elle étudie aussi l'amélioration des performances, pour le rendu offline et temps réel.

Le rendu expressif : une photo n'est pas toujours la représentation idéale d'un objet ou d'une scène. Le rendu expressif est un rendu qui ne vise pas le photo-réalisme. Il met l'accent sur l'information par des représentations sous forme de dessins, de peintures, ou en mettant en valeur certaines parties des images.

Le rendu de scènes complexes : le rendu de scènes détaillées est un des grands enjeux de l'informatique graphique. La demande croissante en images de synthèse de très haute qualité et en interactivité conduit l'équipe à travailler sur des améliorations des performances et la qualité du rendu (scènes de forêts, océans, ciels nuageux, effets microscopiques...). Mon stage se situe dans cette branche des travaux de recherche de l'équipe.

3.2 Organisation

L'équipe se réunit toutes les semaines pour partager des informations scientifiques et administratives. Un membre de l'équipe est chargé de présenter aux autres une technologie, l'avancement de ses propres recherches ou n'importe quel autre sujet qui peut intéresser l'équipe.

Les membres permanents se réunissent une fois par semaine lors d'une autre réunion, et il en va de même pour les membres non-permanents de l'équipe (doctorants, post-

docs, stagiaires et ingénieurs). La réunion des non-permanents permet de partager l'état d'avancement de ses recherches et d'obtenir des conseils ou idées.

Les membres de l'équipe sont régulièrement invités à assister à des présentations de travaux de recherches des autres équipes du centre. Ces conférences sont un excellent moyen d'élargir son champ de vision, et de s'ouvrir à d'autres domaines de recherche.

4 Introduction

Le rendu de galaxies en temps réel est une discipline qui requiert la collaboration de spécialistes en astronomie, en simulation numérique, en informatique graphique et en calcul hautes performances sur GPU¹. Dans ce qui suit, on désignera cette dernière discipline par CG (pour *Computer Graphics*). L'objectif du stage est d'étudier les modélisations et les problèmes qui se posent lors de la synthèse d'images de milieux complexes.

Avant de pouvoir décrire les objectifs du stage, il est nécessaire de détailler le contexte dans lequel il s'inscrit. Cette partie commence par décrire les motivations du rendu de galaxies et les spécificités du problème, avant d'expliquer en quelques mots le travail attendu.

4.1 Motivation du rendu en temps réel de galaxies

4.1.1 Le rendu temps réel

Le terme *rendu* fait référence à l'étape de *rendering* dans le processus de création d'une image de synthèse. Le *rendering* est l'étape de la génération d'une image à partir de données, qui peuvent se présenter sous la forme de textures, de surfaces (généralement des maillages de triangles), de particules ou d'informations volumiques de toutes sortes. Dans la plupart des rendus, on s'attache à reproduire les phénomènes visuels réels, en limitant les artefacts. La complexité des calculs dépend du degré de réalisme visé.

Le contexte applicatif du rendu *temps réel* est la branche des CG qui s'attelle au problème de l'interactivité de la visualisation. On considère qu'un programme de rendu est temps réel si il est capable de générer environ une vingtaine d'images par seconde. L'utilisateur est alors capable de se déplacer dans la scène ou de visualiser des phénomènes animés, tout en ayant une réactivité qui procure un sentiment d'immersion dans le monde virtuel. Les exemples classiques de rendu temps réel sont les jeux vidéos et les simulateurs (simulateurs de vol pour les apprentis pilotes, simulateurs d'opérations chirurgicales, etc.). Le rendu temps réel utilise abondamment des approximations fortes des phénomènes visibles (ombres, reflets, diffusion de la lumière) et cherche à être le plus réaliste, ou plausible, tout en étant économe.

Le rendu temps réel s'oppose au rendu offline, utilisé dans l'industrie cinématographique, dont les objectifs et les contraintes diffèrent. Le premier critère du rendu offline est souvent le critère esthétique, alors que le rendu temps réel doit aussi satisfaire des contraintes de robustesse et de fluidité. Le rendu d'une seule image de film réalisé en images de synthèse nécessite une grande puissance de calcul, d'énormes volumes de données, et un temps de calcul avoisinant couramment plusieurs centaines d'heures, pour un réalisme et un esthétisme souvent supérieurs aux résultats des rendus temps réel (grâce à des animations plus riches,

1. Graphics Processing Unit, ou *carte graphique*.

des scènes plus détaillées, des modèles plus précis).

4.1.2 Pourquoi le rendu temps réel de galaxies ?

Le projet Galaxy/RTIGE (Real-Time and Interactive Galaxy for Edutainment), initié en 2010, a été sélectionné et financé par l'Agence Nationale de la Recherche. Ce projet permet la collaboration de plusieurs acteurs et le croisement de compétences. La société R.S.A. Cosmos commercialise des planétariums optiques et numériques un peu partout dans le monde, et elle est très intéressée par une application permettant de naviguer interactivement autour et dans une galaxie. Il s'agit d'un domaine très compétitif. L'entreprise est coordinatrice du projet. L'équipe GÉPI-LERMA de l'observatoire de Paris/Meudon travaille sur la sélection et la simplification des données et des modèles astronomiques. L'équipe a aussi fixé pour objectif l'amélioration des outils de validation, de communication et d'enseignement des chercheurs en astrophysique². Enfin, l'équipe Maverick (initialement Artis et Evasion) étudie la représentation, l'amplification et rendu des données. Le projet Galaxy/RTIGE permet une avancée de la vulgarisation de l'astronomie et des techniques de rendu.

4.2 Les spécificités du rendu de galaxie

4.2.1 Les données d'entrée

Les galaxies sont des objets très complexes. Elles sont composées de centaines de milliards d'étoiles de type et d'âge variés, de nuages de gaz et de poussières, et sont organisées en sous-systèmes impliquant de nombreuses échelles (bras spiraux, nébuleuses, groupes d'étoiles, régions HII...). De plus, chaque échelle obéit à des dynamiques différentes. Les figures 1 et 2 montrent deux exemples d'objets que l'on souhaiterait pouvoir visualiser en 3D et en temps réel.

Même en se limitant à la visualisation d'une seule galaxie, il est nécessaire de rester humble face à la quantité de données que l'on peut raisonnablement manipuler. Par exemple, notre galaxie, la Voie Lactée, possède quelques centaines de milliards d'étoiles. Il n'est donc pas envisageable de visualiser un contenu « exact » embrassant l'échelle galactique et permettant un zoom jusqu'à notre système solaire, ce qui n'aurait de toute manière pas été possible en raison de notre incapacité à obtenir ces données.

En effet, notre cartographie de l'univers repose sur des mesures de rayonnements en provenance du ciel, prises depuis notre planète ou son proche voisinage. Au problème de la résolution des capteurs et de la mesurabilité des objets astronomiques s'ajoute une ambiguïté de distance, qui rend difficile la vision en 3D du cosmos. Par exemple, un objet

2. <http://wwwhip.obspm.fr/RTIGE/recherches/>



FIGURE 1 — La galaxie spirale M74 prise par Hubble. Les couleurs sont fausses, comme pour la grande majorité des images de ce type. Les capteurs enregistrent des intensités sur une partie du spectre électromagnétique (pas nécessairement dans le domaine visible), puis des couleurs sont attribuées à chaque longueur d'onde en fonction des structures que l'on cherche à voir. *Credit : NASA, ESA, and the Hubble Heritage (STScI/AURA)-ESA/Hubble Collaboration*

très brillant peut être un objet relativement petit et proche de la terre, mais aussi un objet de très grande taille plus éloigné³. De plus, nos observations s'étalent sur une période très courte par rapport aux temps cosmiques, ce qui rend l'étude des dynamiques difficile.

4.2.2 Que peut-on visualiser ?

Les données de base sont issues de simulations numériques du projet GalMer⁴, dont le principe est le suivant : à partir d'un nuage primordial, on calcule les forces de gravité et la vie des étoiles. En simulant la galaxie sur une période suffisamment longue, les chercheurs espèrent obtenir une forme de galaxie similaire à la notre. La simulation donne principalement des densités de gaz à une résolution relativement faible (figure), d'étoiles jeunes et vieilles et de matière noire.

Faire un rendu réaliste à partir de ces données est un défi. Dans la galaxie se croisent des ondes électromagnétiques de toutes sortes, en provenance d'objets différents et traversant des milieux très hétérogènes. Cela suppose une modélisation des transferts radiatifs et des interactions lumière-matière.

3. Les astronomes disposent tout de même d'outils permettant d'évaluer ces distances. Par exemple, l'effet Doppler sur les rayonnements reçus permet d'évaluer la vitesse radiale de l'astre observé.

4. <http://galmer.obspm.fr/>



(a) *Credit : NASA, ESA, and the Hubble Heritage Team (STScI/AURA)*



(b) *Credit : photo amateur, www.progressiveastroimaging.com*

FIGURE 2 — La nébuleuse de la Tête de Cheval. Il s'agit d'un nuage opaque dans le visible (à droite) et situé devant un nuage de gaz ionisé qui permet son observation. Dans le domaine infra-rouge (à gauche), on a une toute autre perception de sa géométrie.

4.2.3 Comment enrichir la visualisation ?

Les simulations du projet GalMer ne sont pas suffisamment précises pour une visualisation riche. En GC, pour *amplifier* une scène trop peu détaillée, on utilise souvent des méthodes dites *procédurales* pour enrichir le rendu, c'est à dire que l'on va chercher à produire des détails les plus réalistes possibles. En s'appuyant sur des images de galaxies et sur des statistiques, on peut ajouter des sources lumineuses (étoiles ou groupes d'étoiles) ou affiner l'aspect des nuages de gaz. Les détails procéduraux peuvent éventuellement être générés au moment de la visualisation, ce qui évite le stockage de détails à toutes les échelles pour l'ensemble de la galaxie. Dans la suite, on verra plus en détail des méthodes procédurales couramment utilisées (partie 7).

4.3 Le problème du filtrage

Le rendu est en quelque sorte similaire à une opération d'échantillonnage. A partir d'informations 3D continues, on crée une image, formée par un nombre fini de pixels. Le problème de filtrage se pose lorsqu'il existe des structures plus petites que la taille d'un pixel. La couleur d'un pixel doit alors être l'effet émergent de toutes les données sous-pixels, sans quoi l'image perd en réalisme.

Par exemple, dans une image d'arbre (figure 3), les pixels englobent plusieurs feuilles : leur couleur doit être déterminée en fonction de l'effet résultant de toute le feuillage sous le pixel.

Le but du filtrage est de pouvoir évaluer précisément la couleur ou la transparence la



FIGURE 3 — Sur ces photos, chaque pixel représente l'effet émergent d'une partie du feuillage (les feuilles sont des données sous-pixel). En rendu le problème de filtrage consiste à évaluer cet effet émergent. Photo : Fabrice Neyret.

plus juste. Ce problème est étudié dans l'équipe Maverick (par exemple, dans [DHIPN13] pour des surfaces). Dans le cas de volumes semi-transparentes, c'est un problème non linéaire et les corrélations sont importantes. C'est un aspect essentiel pour le rendu de galaxies : à cause des nombreuses échelles mises en jeu et de l'hétérogénéité des milieux, on est toujours amené à prendre en compte l'effet des structures de tailles plus petites.

4.4 GigaVoxels

GigaVoxels est une bibliothèque développée par des membres de l'équipe Maverick ([CNLE09], [CraPhD]). Elle permet le rendu temps réel de données volumiques sous forme de voxels. Un voxel désigne un *volumetric element*, c'est à dire un moyen de représenter une information volumique. Un voxel contient traditionnellement des informations d'opacité, de densité, de couleur, de normales, ou d'autres informations utiles pour le rendu.

GigaVoxels permet de visualiser des scènes complexes. Pour les scènes très détaillées, la mémoire des GPU ne suffit pas pour stocker toutes les données. Le problème est traité par un système de cache : seules les données les plus utiles (comme les détails des zones visibles) sont présentes sur le GPU, et les données non visibles sont potentiellement libérées.

Le rendu est basé sur des *briques* de voxels de tailles variables, placées dans un octree (une structure de données hiérarchique 3D, efficace pour ce type de problème). GigaVoxels évite la production de briques qui n'ont pas d'impact sur le rendu. Par exemple, les voxels des zones occultées ne seront pas produits, et un voxel n'est produit que si sa projection dans le repère de l'écran est au moins de l'ordre de la taille d'un pixel. Cela garantit que les voxels situés à l'horizon ne seront pas aussi fins que ceux du premier plan (figure 4). Une telle utilisation des voxels requiert des modèles de filtrage.

En résumé, GigaVoxels propose une méthode de rendu économe : on ne stocke en mémoire que le nécessaire, et on ne calcule que ce qui est important pour le rendu. GigaVoxels se prête bien au rendu temps réel de galaxies, et aux collaborations avec R.S.A.

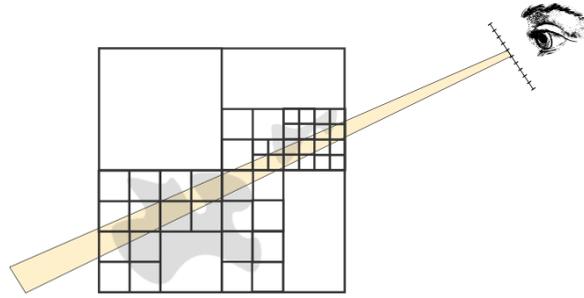


FIGURE 4 — Schéma simplifié et en 2D du rendu volumique avec la librairie GigaVoxels. L'utilisation d'un octree (3D) permet d'adapter la taille des voxels selon la présence de données, la distance à la caméra, etc. On souhaite que la taille des voxels soit de l'ordre de la section du cône vu par un pixel.

Cosmos et l'observatoire de Paris/Meudon. Pendant mon stage, j'ai utilisé cette librairie pour implémenter mes modèles de génération de nuages et de filtrage. La figure 5 montre deux images de galaxies produites par R.S.A. Cosmos avec Gigavoxels.



FIGURE 5 — Exemples de rendu de galaxies dans GigaVoxels (projet Galaxy/veRTIGE).

4.5 Objectif du stage

L'objectif de ce stage est de comprendre et de proposer des solutions de filtrage et d'amplifications procédurales, dans le cas d'un rendu de galaxies, mais aussi dans le cas plus général d'un rendu de données hétérogènes et mixtes. Mon travail a été séparé en trois parties :

- l'étude des diffusions de la lumière à la surface des nuages denses, qui sera détaillée dans la partie 7,
- l'étude de l'hétérogénéité des nuages, qui sera détaillée dans les parties 8 et 10.
- l'étude de la modélisation des nuages, décrite dans la partie 9. Cette partie permet d'introduire les recherches de la partie 10.

5 Les interactions lumière-matière

Dans cette partie, on décrit les bases de la physique des interactions entre la lumière et la matière. Ces grandeurs et ces principes seront utilisés dans les parties suivantes.

5.1 Source de lumière

En général, une source de lumière est isotrope, et émet dans plusieurs régions du spectre électromagnétique. Une fonction $I(\lambda)$ permet de quantifier les rayonnements émis pour chaque longueur d'onde. Quand la source est externe aux objets éclairés, on peut parfois considérer qu'elle est située à l'infini, et que tous les rayons sont parallèles. Elle est alors appelée source directionnelle.

5.2 Absorption, diffusion et albedo

Un rayonnement est perturbé lorsqu'il rencontre une particule (atome, poussière, molécule,...). Deux cas de figure sont possibles :

- **l'absorption** : l'énergie électromagnétique est absorbée par la matière, puis reconvertie. Elle peut, par exemple, être changée en énergie cinétique.
- **la diffusion (ou *scattering*)** : le rayonnement est dévié. On dit que la diffusion est isotrope si la déviation agit dans toutes les directions avec la même probabilité. Dans le cas contraire, la diffusion est dite anisotrope.

L'**albedo** est une grandeur physique sans dimension, comprise entre 0 et 1, donnant pour un milieu donné et une longueur d'onde la proportion d'énergie diffusée par rapport à l'énergie incidente. Dans le domaine visible, la neige, par exemple, a un albedo proche de 1, c'est à dire que presque toute la lumière est réfléchi. Les objets noirs mats ont un albedo proche de 0.

Lorsque l'on veut décrire un milieu vu comme un ensemble de particules, on peut utiliser la notion de **transmittance** : c'est la proportion de l'énergie qui traverse le milieu sans interagir avec lui. La loi de Beer-Lambert donne la transmittance sous certaines conditions, et en particulier l'homogénéité du milieu et l'absence de diffusion (c'est à dire un albedo petit). La loi donne :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-L\alpha} \quad (1)$$

avec I , l'intensité sortante, I_0 , l'intensité entrante, L la distance parcourue dans le milieu et α le coefficient d'absorption qui caractérise le gaz. α est proportionnel aux concentrations

des éléments chimiques du milieu. α est similaire à une densité ρ de particules rencontrés par unité de longueur.

On remarque que la transmittance n'est pas une fonction linéaire de la concentration, mais elle diminue exponentiellement. Par exemple, un plongeur immergé qui décide de descendre deux fois plus profond ne verra pas la luminosité être divisée par deux, mais part plus de deux (la luminosité va décroître très rapidement). En astrophysique, on utilise parfois la notion de **profondeur optique**, définie par $\tau = L\alpha$.

5.3 Les diffusions anisotropes

On a vu que la diffusion pouvait être isotrope ou anisotrope. Lorsque la diffusion est anisotrope, la lumière est déviée dans certaines directions avec une plus forte probabilité. L'anisotropie, dans le cas général, peut être décrite par une fonction qui donne pour chaque longueur d'onde et pour chaque déviation possible (i.e. chaque angle possible entre le rayon incident et le rayon diffusé) une probabilité.

Suivant les longueurs d'ondes et les particules, on peut rencontrer des anisotropies variées. Il existe deux directions privilégiées particulières :

- **strong forward** : les rayonnements ont de grandes chances d'être réémis dans la direction du rayon incident, comme si le rayonnement n'avait pas interagi avec la matière. Ce type d'anisotropie est à l'origine de phénomènes comme le silver lining, des contours anormalement brillants des nuages.
- **strong backward** : la lumière est réémise dans la direction opposée du rayon incident (matériaux réfléchissants).

Deux modèles de diffusions sont couramment utilisés en CG, la diffusion de Mie et la diffusion de Rayleigh.

La diffusion de Mie : elle est décrite par une solution des équations Maxwell. Cette solution est utilisée pour prédire le comportement d'une onde électromagnétique lorsqu'elle interagit avec une particule sphérique. Les fonctions angulaires (ou fonctions de phase) de la théorie de Mie sont complexes (6). Elle permet d'expliquer certains phénomènes visibles dans les nuages, comme le silver lining à cause d'un fort strong forward, les fog bow (arcs blancs) ou les gloires (strong backward).

La diffusion de Rayleigh : elle est un cas particulier confortable de la solution de Mie, qui s'applique lorsque le rayon des particules sphériques est suffisamment petit (environ moins d'un dixième de la longueur d'onde du rayon incident). Cette diffusion est proportionnelle à $\frac{1}{\lambda^4}$, λ étant la longueur d'onde. La diffusion de Rayleigh permet par exemple

d'expliquer la couleur de l'atmosphère. Les couleurs de notre atmosphère sont dues au fait que la lumière bleue est beaucoup plus diffusée que la lumière rouge.

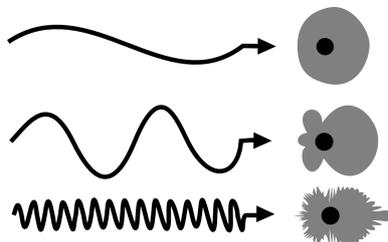


FIGURE 6 — Allure de la diffusion de Mie, selon le ratio entre le diamètre de la particule et la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique. Les formes grises représentent, pour chaque angle, la probabilité que le rayon soit dévié dans cette direction.

5.4 Doubles ou N-diffusions

Dans un milieu peu absorbant et suffisamment dense, un rayonnement peut être dévié plusieurs fois par des particules diffusives. On désigne par *single scattering* l'effet des rayonnements qui s'échappent d'un milieu après avoir été déviés une seule fois, de *double scattering* si deux diffusions ont eu lieu, puis de *multiple scattering* pour N diffusions.

Si les particules sont très absorbantes et/ou si le milieu est très peu dense, on peut souvent négliger le double et le multiple scattering, parce que les rayonnements diffusés plusieurs fois sont rares.

5.5 Absorption et diffusion en CG

La physique succinctement décrite ci-dessus est à la base des techniques de rendu réaliste. En particulier, de nombreux modèles de subsurface scattering (diffusions juste sous la surface d'un objet) sont utilisés pour le rendu de la peau humaine, ou encore du marbre.

Les techniques de rendu des nuages atmosphériques ([NND96], [BNL06], [BNMBC08]) tentent d'évaluer avec la diffusion de Mie les effets des *single*, *double* et *multiple scatterings*. En effet, les nuages de notre atmosphère ont un albedo proche de 1, la lumière est beaucoup diffusée. La plupart du temps, plus on prend en compte un grand nombre de diffusions, plus le rendu est coûteux (et réaliste). La diffusion de Rayleigh est utilisée pour calculer la couleur de l'atmosphère (dans [NS93] par exemple) : aube, crépuscule, ciel de montagne, terre vue du ciel...

6 Caractérisation des nuages du milieu interstellaire

Dans les galaxies, des nuages noirs, formés de gaz et de poussières, atténuent l'éclat des étoiles. D'autres nuages sont très visibles, car ils réfléchissent ou émettent de la lumière. Tous ces nuages font partie d'un milieu appelé *milieu interstellaire*. Cette partie décrit succinctement quelques propriétés de ce milieu et fournit des détails sur la manière dont il peut être modélisé dans le cadre d'un rendu de galaxie en temps réel.

6.1 Description rapide du milieu interstellaire

Les galaxies comme la Voie lactée sont très hétérogènes : on y trouve des zones très denses en étoiles et en gaz, comme dans les bras de la galaxie, et des régions presque vides. On appelle milieu interstellaire (ISM en anglais, pour *InterStellar Medium*) le milieu dans lequel baignent les étoiles. Ce milieu est très peu dense, sa masse volumique maximale est de l'ordre du meilleur vide de laboratoire. Néanmoins, ce presque vide, à cause de la taille des régions gigantesques qu'il occupe, a tout de même un impact sur les rayonnements qui le parcourent sur plusieurs années lumières avant de nous atteindre.

Le milieu interstellaire est composé de gaz diffus (99% de sa masse) et de poussières très fines, de taille similaire à des particules de fumée. Cette poussière est importante car elle est responsable de l'opacité du milieu interstellaire dans une partie du spectre électromagnétique, par des phénomènes d'absorption et de diffusion. Les zones les plus denses du milieu interstellaire sont appelées nuages ou nébuleuses, et ils sont classés selon leur compositions, leur taille, etc.

Le gaz du milieu interstellaire est principalement composé d'hydrogène et d'hélium. On distingue plusieurs familles de nuages selon la phase de l'hydrogène : les nuages moléculaires, les régions HI (hydrogène atomique) et les régions HII (hydrogène ionisé).

6.1.1 Les nuages moléculaires

Les nuages moléculaires sont les nuages les plus froids du milieu interstellaires. On y trouve l'hydrogène sous forme moléculaire (le dihydrogène, H_2). Le dihydrogène est difficile à détecter car il émet très peu de rayonnements. L'observation des nuages moléculaires est rendue possible par le monoxyde de carbone (CO), qui est la seconde molécule la plus abondante dans ces nuages et dont luminosité est supposée proportionnelle à la concentration du milieu en dihydrogène. Les raies d'émission des isotopes du monoxyde de carbone peuvent être observées dans le domaine radio par certains télescopes, comme l'ancien FCRAO, qui a produit des cartes des nuages moléculaires de notre galaxie (figure 7).

Les nuages moléculaires sont structurés à plusieurs échelles : chaque nuage est formé

de sous-nuages, eux mêmes formés de structures plus petites... On parle de fractalité des nuages moléculaires, bien qu'ils ne soient pas infiniment fractals⁵. Les structures les plus grandes sont souvent appelées nuages moléculaires géants (ou GMCs pour *Giant Molecular Clouds*). Ils sont eux mêmes groupés en filaments qui forment les bras des galaxies spirales.

Aux échelles les plus petites, on trouve des objets appelés *molecular cores*, *dense cores*, globules de Bok ou encore cœurs protostellaires. Ces nuages sont parfois suffisamment denses et froids pour s'effondrer sur eux-mêmes et donner naissance à une ou plusieurs étoiles. Pour cette raison, certains nuages sont appelés *pouponnières d'étoiles* car ils englobent de nombreuses étoiles jeunes qu'ils ont engendrées.

Les nuages moléculaires sont opaques dans le visible et l'infra rouge à cause de la poussière qu'ils contiennent. Cela explique qu'ils ne sont visibles dans les images de Hubble que lorsqu'ils occultent d'autres objets lumineux (on voit alors une tache sombre, comme sur la figure 8-a). Ils sont relativement transparents dans le domaine radio, ce qui permet à des télescopes millimétriques⁶ d'en observer l'intérieur. Dans certains cas, ils peuvent refléter la lumière des étoiles voisines (figure 8-b). On les appelle nébuleuse par réflexion.

6.1.2 Les régions HI

Dans les régions HI (notation pour l'hydrogène neutre), l'hydrogène est présent sous forme atomique. Ces nuages émettent faiblement dans l'ultraviolet, ce qui permet parfois de les détecter.

6.1.3 Les régions HII

Ces régions sont d'anciens nuages moléculaires qui ont reçu de l'énergie par rayonnements ultraviolets d'étoiles très massives et très chaudes situées à proximité. L'hydrogène et les autres atomes des régions HII sont ionisés. Lors de la désexcitation des ions, des rayonnements sont émis dans le visible et l'infrarouge, ce qui rend les régions HII facilement observables (figure 9, ou encore les tâches rougeâtres sur la figure 1).

5. Dans la nature, la fractalité au sens strict n'existe pas, mais on utilise ce terme pour désigner des auto-similarités sur plusieurs échelles caractéristiques.

6. Les ondes radio ont une longueur d'onde de l'ordre du millimètre.

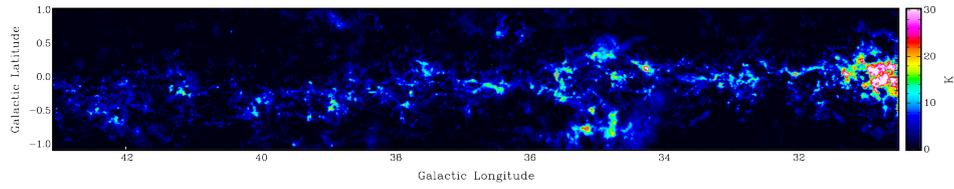
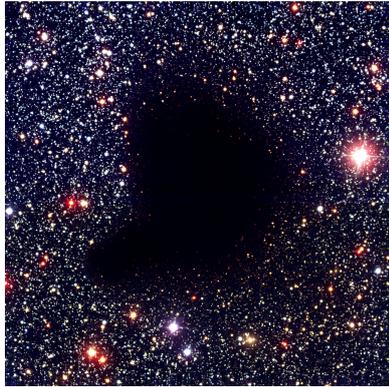


FIGURE 7 — Exemple de carte d'émission 1-0 du ^{13}CO dans le repère galactique : la latitude 0 correspond au plan de la galaxie, et le point (0,0) au centre de la galaxie (non visible dans ces mesures). Le ^{13}CO est utilisé comme traceur de l'hydrogène moléculaire (H_2). Ces cartes permettent d'étudier la répartition et la forme des nuages moléculaires de la voie lactée, vus depuis la terre. Données : the Boston University-FCRAO Galactic Ring Survey (GRS), <http://www.bu.edu/galacticring/>



(a) Image du nuage moléculaire Barnard 68 composée à partir d'observations télescopiques dans le visible et l'infrarouge proche. Dans cette partie du spectre, les nuages moléculaires sont opaques à cause de la poussière qu'ils contiennent. Crédits : ESO (<http://www.eso.org/public/>)



(b) Les étoiles les plus lumineuses de l'amas ouvert des Pléiades éclairent des nuages moléculaires (nuages bleutés autour des étoiles), appelés nébuleuses par réflexion. Crédits : NASA, ESA, AURA/-Caltech, Palomar Observatory, <http://hubblesite.org>

FIGURE 8 — Exemples de nuages moléculaires.



(a)



(b)

FIGURE 9 — La nébuleuse de la Tarentule (à gauche) est une vaste pouponnière d'étoiles. Des étoiles très massives, au centre de la nébuleuse, sont à l'origine de l'ionisation des nuages moléculaires (devenus des régions HII, en orange sur l'image). A droite, la nébuleuse de l'aigle est également une région HII. Les différentes couleurs (bleu, rouge...) sont dues à la répartition non homogène des espèces chimiques, chaque type d'ions émettant à des fréquences différentes. Credits : ESO et NASA, Jeff Hester, and Paul Scowen (Arizona State University)

7 Recherche de modèle pour l'apparence d'un nuage de poussière illuminé

Nous avons vu les bases de la physique des milieux transparents et diffusifs dans la partie 5, et décrit les propriétés des nuages à modéliser dans la partie 6. Pendant les premières semaines de mon stage, mon travail a été d'étudier l'effet de la diffusion à la surface des nuages denses, et de proposer un modèle répondant aux caractéristiques suivantes :

- le modèle désiré doit être temps réel,
- le modèle doit prendre en compte l'influence du gradient de densité à la surface du nuage (les bords pourront être nets ou diffus).

Notre méthode repose sur l'écriture du problème sous la forme d'une intégrale, dont nous allons chercher une approximation afin de la calculer en temps réel. Dans cette partie, nous justifions les hypothèses utilisées, et nous décrivons les modèles et les implémentations réalisées.

7.1 Motivations et vue d'ensemble

Le rendu des milieux transparents implique généralement des calculs d'intégrales, souvent complexes lorsque le milieu est diffusif et que plusieurs parcours de la lumière sont à prendre en compte. On a vu dans les figures de la partie 6 la richesse visuelle des nuages, notamment lorsque la lumière est réfléchiée à leur surface.

Dans le cadre d'un rendu temps réel, le problème de l'intégration par itération et sampling au moment du rendu est souvent évité. Par exemple, Jos Stam ([StamPhD], [Stam94]) a proposé une méthode de rendu stochastique, dont l'idée est la suivante : au lieu de modéliser des données volumiques et de calculer leurs projections dans le plan image, on essaie de produire directement des réalisations des projections. Dans [BNL06], des modèles intégraux simplifiés sont utilisés. C'est l'approche que j'ai suivie : elle permet un calcul efficace, en n'évaluant que ce qui a un impact visuel.

Dans [BNL06], le calcul du single scattering utilise une approximation forte de la surface du nuage, qui tend à diminuer certains effets visuels sur leur silhouette. Je suis parti des mêmes formulations mais j'ai utilisé une autre approximation afin d'améliorer le rendu.

7.2 Formulation du problème

On restreint l'étude à la partie du spectre électromagnétique pour lequel les nuages présentent un albedo faible. L'étude de la diffusion peut donc se limiter à l'étude du single scattering, car l'absorption est telle que les autres ordres de diffusion sont négligeables. On

suppose aussi que le nuage est suffisamment dense, et que la lumière pénètre peu à l'intérieur du nuage. Ces hypothèses reposent sur la caractérisation des nuages moléculaires.

On se munit d'une source directionnelle, qui donne la direction des rayons incidents. On définit une position et l'orientation d'un capteur (symboliquement un oeil, un télescope...), et on souhaite déterminer ce que voit ce capteur. Les capteurs produisent des images en intégrant la lumière reçue sur des petits récepteurs à leur surface. On fait ici l'hypothèse que chaque récepteur reçoit que des rayonnements dans une seule direction⁷. Ces directions ne sont pas parallèles à cause de la perspective, et sont représentées par des droites sur la figure 10.

En rendu, chaque pixel est vu comme un récepteur. La couleur des pixels d'une image représente l'intégrale de l'énergie reçue par le pixel dans la direction associée. Pour donner la bonne couleur à un pixel de nuage, il faut connaître la quantité de rayonnements qui atteignent le pixel dans la bonne direction. Pour un pixel donné, cela revient à calculer la quantité de rayonnements issus de la source qui atteignent l'oeil, soit directement soit après avoir été diffusés. Dans le cas du single scattering, on ne prend en compte que les rayons diffusés une seule fois.

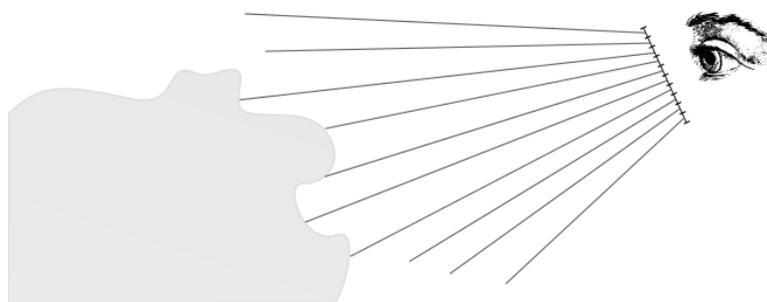


FIGURE 10 — Schéma illustrant le principe du rendu : chaque pixel *récolte* de la lumière dans une direction. Dans le cas d'un rendu de nuage, on peut dire de manière équivalente qu'on cherche à déterminer, pour chaque pixel, la lumière qui sort du nuage en un point particulier de sa surface, et dans la direction du capteur.

Dans la méthode utilisée ici, on suppose qu'on connaît la surface macroscopique du nuage, et nos hypothèses nous permettent de ne considérer qu'une approximation simple de la surface du nuage au point vu par le pixel. Dans [BNL06], l'approximation utilisée était un plan tangent à la surface. Cette approximation conduit à une sous estimation du single scattering sur les silhouettes du nuage. Les nouveaux modèles présentés ici utilisent une approximation basée sur une sphère tangente à la surface (figure 11).

7. En réalité, les récepteurs reçoivent un ensemble de rayonnements compris dans un cône. La sélection des rayons est le résultat des lentilles des systèmes optiques.



FIGURE 11 — Dans un nuage dense avec un albedo fort, l'effet du multiple scattering est négligeable (a) : la majorité des rayons qui s'échappent du nuage n'ont subi qu'une seule diffusion (b). Pour le rendu de nuage, on cherche à quantifier l'énergie des rayons déviés vers l'oeil dans une direction particulière (c), afin de pouvoir donner à un pixel une couleur correcte. Si le nuage est suffisamment dense, on peut réduire le problème à un calcul dans une petite région à la surface du nuage (ici, une sphère sur la figure de droite).

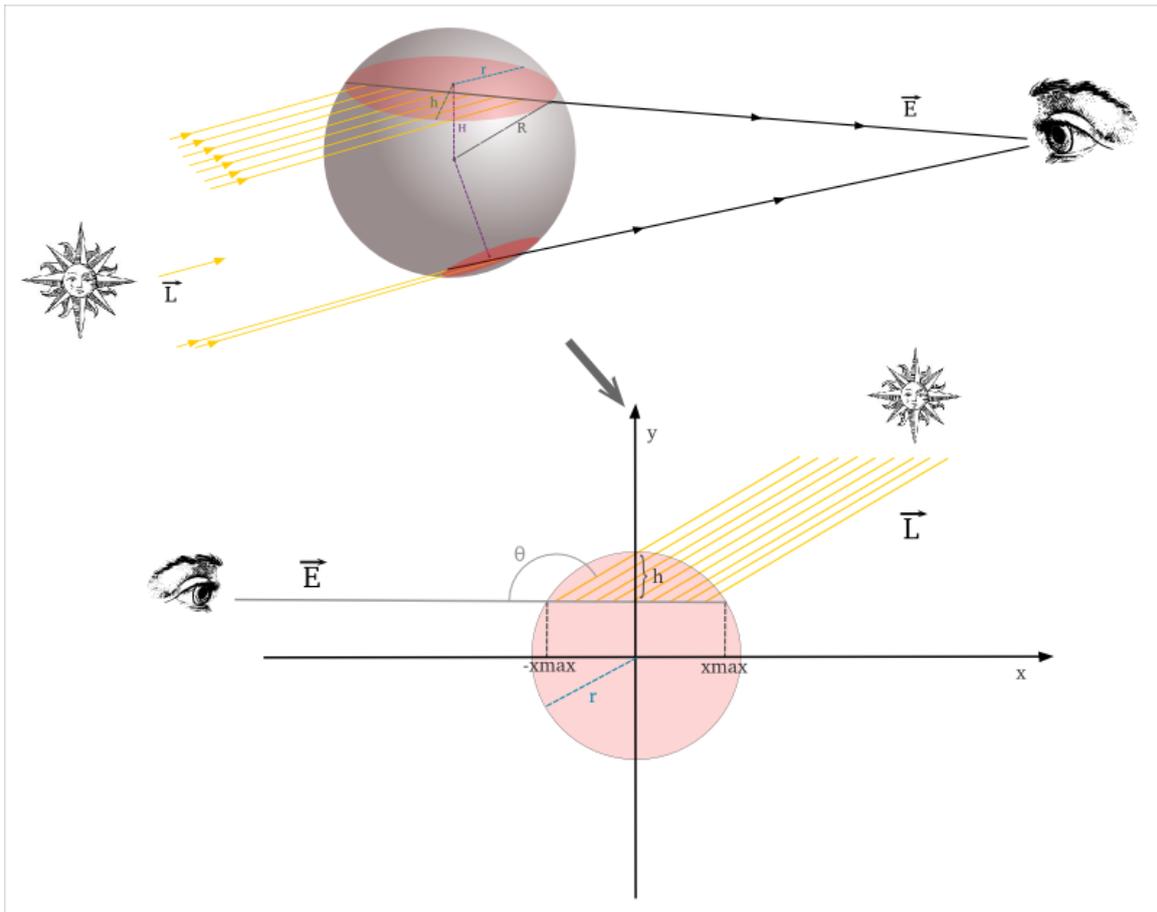


FIGURE 12 — Single scattering dans une sphère. Le problème revient à intégrer l'énergie reçue par l'oeil pour tous les chemins que peut prendre la lumière. Dans le cas du single scattering, l'unique événement diffusif intervient nécessairement dans la direction de l'oeil. Les chemins à intégrer sont inclus dans un plan donné par la position de l'oeil et la source lumineuse.

La figure 12 décrit la géométrie du problème. Avec les mêmes notations, on peut écrire

$$x_{max} = \sqrt{2rh - h^2}$$

et

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} L_x \\ L_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$$

La distance parcourue à l'intérieur du nuage avant la diffusion, lorsque la diffusion a lieu au point $\begin{pmatrix} x \\ r-h \end{pmatrix}$, s'écrit :

$$dist(x) = -xL_x - (r-h)L_y + \sqrt{(xL_x + (r-h)L_y)^2 - x^2 - (r-h)^2 - r^2}$$

J'ai commencé par étudier le cas où la densité était homogène dans le nuage (bords nets), puis j'ai travaillé sur un modèle prenant en compte un gradient de densité à la surface du nuage.

7.3 Le cas homogène

Soit ρ , une constante désignant la quantité de particules rencontrées dans le nuage par unité de longueur. Après projection du problème dans un plan (figure 12), la probabilité que la diffusion ait lieu en $\begin{pmatrix} x \\ r-h \end{pmatrix}$ s'écrit comme la probabilité qu'aucune diffusion n'ait lieu avant $\begin{pmatrix} x \\ r-h \end{pmatrix}$, multipliée par la probabilité qu'aucune autre diffusion n'ait lieu après (qui fait intervenir une dérivée) :

$$\frac{\partial}{\partial x}(1 - e^{-\rho(x+x_{max})})e^{-\rho dist(x)} = \rho e^{-\rho(x+x_{max}+dist(x))} \quad (2)$$

L'énergie qui atteint l'oeil s'écrit alors :

$$\int_{x=-x_{max}}^{x=x_{max}} \rho e^{-\rho(x+x_{max}-xL_x-(r-h)L_y+\sqrt{(xL_x+(r-h)L_y)^2-x^2-(r-h)^2-r^2})} dx$$

Cette intégrale n'a pas de solution analytique. J'ai utilisé des approximation linéaires de la racine carrée, puis j'ai utilisé le logiciel Maple pour obtenir l'expression analytique de l'intégrale de la fonction simplifiée. Les solutions utilisent la fonction d'erreur de Gauss. La figure 13 montre quelques résultats de mon implémentation dans un fragment shader. Elle est temps réel (environ 60 images par seconde sur Nvidia GTX 770).

Pour valider l'approximation, j'ai comparé les courbes de la fonction exacte, calculées numériquement, avec les approximations, en faisant varier ρ , et pour tous les angles pos-

sibles (des exemples de courbes sont dans l'annexe A). Dans mon implémentation, j'adapte la linéarisation en fonction de ρ , afin de diminuer l'erreur commise.

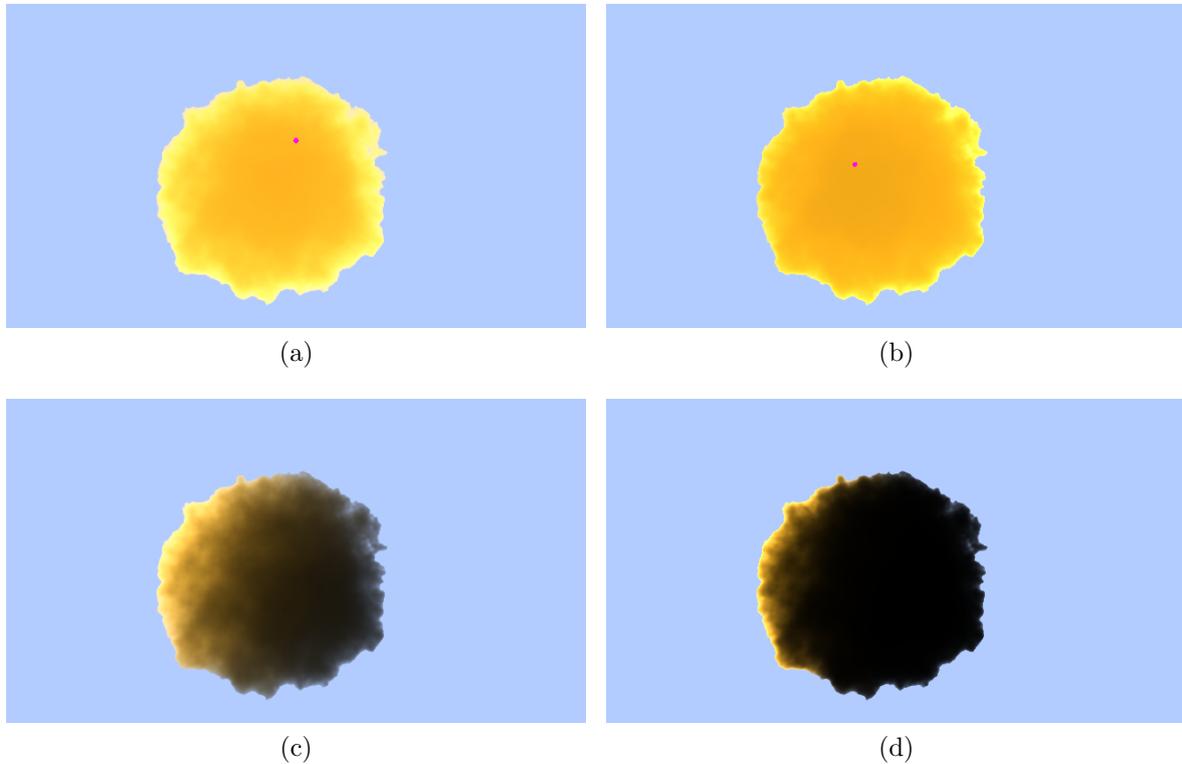


FIGURE 13 — Visualisation de modèle de single scattering avec une densité homogène (bords nets). On utilise une surface sphérique bruitée, et les couleurs sont données par le modèle. On remarque que des contours lumineux se dessinent sur les silhouettes, comme attendu.

Haut : la source lumineuse est dans le dos de l'observateur

Bas : la source est à gauche

La densité des nuages à gauche est plus faible.

7.4 Cas du gradient de densité

J'ai travaillé à l'amélioration du modèle en ajoutant un gradient de densité dans le nuage. L'objectif, par rapport au cas homogène, est d'observer des bords plus diffus, et des silhouettes plus lumineuses.

J'ai étudié et implémenté deux méthodes différentes pour prendre en compte la variation de densité. La première est une adaptation des résultats du cas homogène, et la seconde résulte de l'approximation d'une nouvelle intégrale. Les deux méthodes sont visuellement similaires, ce qui constitue une sorte de validation (moyennement fiable), étant donné qu'elles calculent la couleur des pixels de manière différente. La seconde méthode est légèrement plus précise et un peu plus simple à implémenter.

Pour simplifier les calculs, j'ai toujours utilisé le même profil de densité :

$$\rho(x, y, z) = 1 - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(R_{sphere})^2},$$

le point $(0, 0, 0)$ étant le centre de la sphère. Néanmoins, la méthode que j'ai suivie pourrait être appliquée à n'importe quel profil de densité.

Première méthode d'approximation

Dans cette méthode, on procède en deux étapes :

- on détermine la densité moyenne ρ_{mean} sur une zone particulière du nuage (celle sur laquelle on souhaite intégrer). On doit donc intégrer $\rho(x, y, z)$ sur une portion de disque.
- on évalue la luminosité avec le modèle du cas homogène, en prenant ρ_{mean} comme constante de densité (figure 14).

De cette manière, on peut prendre en compte le fait que la densité est plus faible aux bords du nuage qu'au centre.

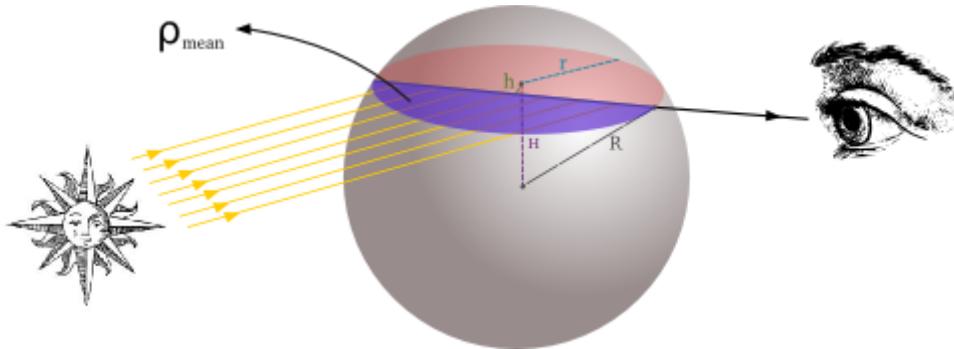


FIGURE 14 — Première méthode pour le cas non-homogène : utiliser la formule du cas homogène en remplaçant la densité ρ par une densité ρ_{mean} qui représente mieux la densité dans la partie de la sphère sur laquelle on intègre.

Deuxième méthode d'approximation

Une deuxième approche pour évaluer le single scattering quand la densité n'est pas uniforme consiste, comme dans le cas homogène, à écrire l'intégrale de la quantité que l'on cherche à évaluer, puis à chercher une approximation. Même en choisissant un profil de densité très simple, l'intégrale n'a pas de solution analytique.

J'ai donc repris l'équation (2) du cas homogène, et remplacé la constante ρ par $\rho(x, y, z)$. J'ai ensuite suivi les mêmes étapes : linéarisation de certaines expressions, intégration analytique dans Maple et comparaisons des courbes exactes et approximées. Les approximations sont un peu moins précises que celles du cas homogène, ce qui était prévisible, étant

donné que l'intégrale initiale était plus complexe. Cela suggère donc la perte de certains effets visuels. Une autre (et peut-être meilleure) validation serait possible en produisant des images de références, non temps réels, afin de comparer l'illumination.

Enfin, j'ai réalisé l'implémentation dans un fragment shader. La figure 15 présente les résultats obtenus et les compare avec le modèle homogène. Le calcul est toujours temps réel, et le modèle ne présente pas d'artefacts directionnels.

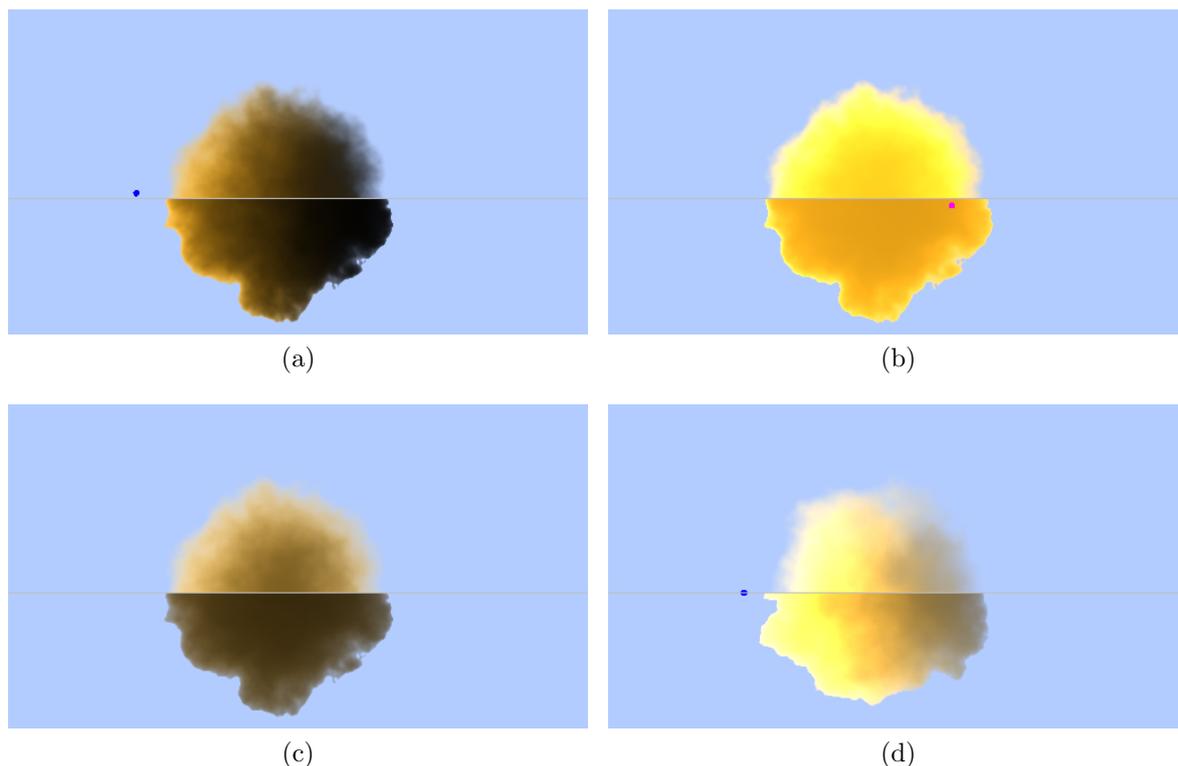


FIGURE 15 — Comparaison du modèle avec prise en compte d'un gradient de densité (haut des nuages) et du modèle homogène (bas des nuages). Ces images ont été générées en prenant différentes valeurs de densité et différentes orientations de la lumière.

7.5 Conclusion

Les deux modèles présentés sont en réalité complémentaires. Vus de loin, les bords d'un nuage peuvent sembler nets, alors qu'ils peuvent apparaître plus diffus lorsqu'on approche.

Je n'ai implémenté mes modèles que pour illuminer des sphères. Comme on l'a vu, l'objectif était de proposer un modèle d'illumination pour les nuages non sphériques, en utilisant la sphère comme une approximation de la géométrie du nuage près de sa surface. C'est dans ce cadre qu'il faudrait implémenter les modèles afin de pouvoir les valider pleinement.

8 Hétérogénéité et opacité des nuages moléculaires

On a vu dans la partie 6 que les nuages moléculaires sont très hétérogènes, et présentent un caractère fractal. Un des objectif du stage était de s'interroger sur l'impact de cette hétérogénéité sur l'aspect global des nuages moléculaires.

8.1 Condition d'application de la loi de Beer-Lambert et utilité du filtrage

La loi de Beer-Lambert (partie 5) donne la transmittance d'un milieu homogène et sans diffusion. Intuitivement, la non linéarité entre la transmittance et le coefficient d'absorption laisse deviner que si le milieu n'est pas homogène, la transmittance la loi de Beer-Lambert n'est plus applicable. La figure 16 donne quelques exemples simples permettant de visualiser le phénomène.

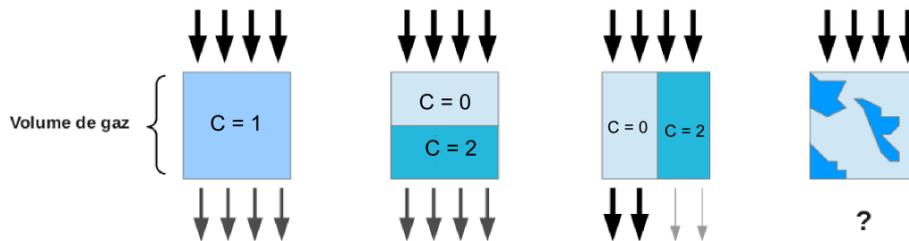


FIGURE 16 — Cette figure représente des volumes semi-transparents, traversés de haut en bas par des rayonnements lumineux. L'hétérogénéité d'un milieu, pour une concentration moyenne donnée ($C = 1$), peut faire varier la transmittance du milieu.

Dans le cadre d'un rendu avec GigaVoxels, l'espace est divisé en petits volumes appelés voxels. Des valeurs comme la concentration moyenne en gaz sont attachées à chaque voxel. Lors d'un rendu, si la loi de Beer-Lambert est appliquée à ces volumes avec les valeurs de concentrations moyennes, on commet une erreur. En effet, les voxels représentent un milieu qui est parfois très loin d'être homogène.

Le problème se pose aussi lors d'un zoom : la transition entre un voxel et des voxels plus petits créés lors du zoom peut être discontinue, et l'utilisateur remarque la production de nouveaux voxels. Un bon filtrage doit corriger ce problème en attribuant la bonne transmittance aux voxels.

On peut s'intéresser à l'erreur commise lors de l'utilisation abusive de la loi de Beer-Lambert sur un milieu non homogène. Considérons un cube de côté L centré en 0 : il représente un voxel rempli de matière partiellement opaque et hétérogène. On cherche à connaître la transmittance du cube lorsque qu'on le regarde dans la direction z . Posons $\alpha(x, y, z)$, la fonction donnant la répartition de la matière dans le volume, sous la forme de

coefficients d'absorptions. Posons aussi

$$\alpha_{moyen} = \frac{1}{L^3} \int_x \int_y \int_z dens(x, y, z) dx$$

la valeur moyenne de cette fonction sur le cube.

$\alpha(x, y, z)$ n'est pas homogène, on ne peut pas utiliser la loi de Beer-Lambert avec α_{moyen} pour calculer la transmittance. Néanmoins, On va montrer que la loi de Beer-Lambert peut être appliquée pour un rayon donné, en utilisant la concentration moyenne *le long du rayon*.

En effet, soit un rayonnement traversant un milieu A sur une distance $\frac{L}{2}$ puis un milieu B sur une distance $\frac{L}{2}$. Les coefficients d'absorption des deux milieux sont respectivement α_A et α_B on peut écrire :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{I_1}{I_0} \frac{I}{I_1} = e^{-\frac{L}{2}\alpha_A} e^{-\frac{L}{2}\alpha_B} = e^{-(\alpha_A+\alpha_B)\frac{L}{2}}$$

Ce qui est équivalent à la transmittance d'un milieu de coefficient d'absorption $\frac{\alpha_A+\alpha_B}{2}$ (figure 17). On peut donc appliquer Beer-Lambert pour tous les rayons dans la direction z avec comme coefficient d'absorption la moyenne de $\alpha(x, y, z)$ le long du rayon. Autrement dit, on utilise la projection de $\alpha(x, y, z)$ dans la direction des rayons.

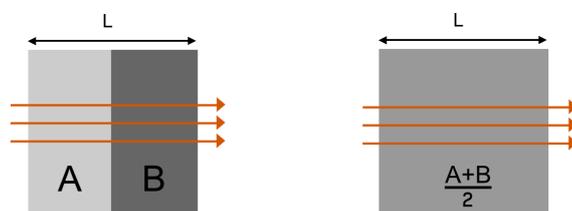


FIGURE 17 – Deux configurations équivalentes du point de vue de la transmittance dans la direction des rayons.

On pose :

$$proj(x, y) = \frac{1}{L} \int_{z=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dens(x, y, z) dz$$

La transmittance du voxel est donnée par :

$$T = \frac{1}{L^2} \int_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{y=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{-Lproj(x,y)} dx dy$$

L'important est de noter que l'opacité d'un milieu hétérogène ne dépend que de l'intégrale des concentrations le long des rayons (sorte de projection des concentrations dans la direction des rayons).

On peut montrer, grâce à l'inégalité de Jensen, que le cas homogène est toujours le cas le plus opaque. Les détails figurent dans l'annexe B. L'utilisation de la loi de Beer-Lambert pour un voxel hétérogène donne donc toujours une sous-estimation de la transparence.

8.2 Problème de la caractérisation de l'hétérogénéité des nuages

La caractérisation de l'hétérogénéité est un problème très étudié, en particulier dans le domaine de l'informatique médicale, où il existe différentes mesures sur des textures visant à automatiser la détection de cancers (par exemple, dans [TixierPhD]).

Les fractales sont des objets mathématiques qui présentent des propriétés d'auto-similarité. Lorsqu'on zoome dans une fractale, on s'attend à observer des motifs similaires à ceux des échelles supérieures. On associe souvent aux fractales simples (ou monofractales) une valeur qui caractérise leur propension à « occuper l'espace ». La plus commune est la dimension de Hausdorff, aussi appelée dimension fractale. Cette dimension n'est pas obligatoirement entière. En 3D, une fractale de dimension fractale 3 va occuper l'espace comme un objet classique (cube, sphère...), tandis que des fractales de dimensions 2.5, 2 ou 1.2365 vont occuper une certaine proportion de l'espace et en laisser d'autres vides.

Il existe d'autres types de fractales qu'il est impossible de caractériser avec une unique dimension de Hausdorff. On les appelle multifractales, et elles sont très étudiées car elles sont liées à des processus appelés cascades multiplicatives, qui sont engendrés par des produits de variables aléatoires ([MM13]). Ces processus ont de nombreuses applications, notamment en finance.

La théorie fractale est un outil intéressant pour la caractérisation du milieu interstellaire. Certains physiciens se sont attelés à mesurer la dimension fractale des nuages moléculaires ([PC93], [SAP06], [SA10]). Ils considèrent que la dimension fractale de la projection 2D des nuages (qu'on observe sur une image télescopique, par exemple) permet de déduire la dimension fractale du nuage en 3D. Il est toutefois difficile de relier ces valeurs à des propriétés de transmittance.

La lacunarité⁸ est une autre valeur utilisée pour caractériser les fractales. Elle donne une taille caractéristique des « trous » pour toutes échelles. La courbe de lacunarité, obtenue par une analyse multi-échelle (souvent avec des algorithmes de type *box counting*), a des applications médicales. Dans [ZKAM13], par exemple, elle est utilisée pour la caractérisation de l'ostéoporose. Là encore, il est difficile d'utiliser la lacunarité pour prédire la transmittance de nos nuages procéduraux.

8. En Computer Graphics, le terme lacunarité est parfois utilisé pour désigner le rapport des échelles du bruit, il ne faut donc pas confondre les deux notions.

8.3 Influence des hétérogénéités microscopiques

On a montré que les fluctuations de concentrations le long des rayons traversant un milieu hétérogène ne compte pas : seul compte la concentration moyenne le long du rayon.

On peut donc imaginer que les très hautes fréquences du champ de concentration ne vont pas jouer un grand rôle, parce que les oscillations de la concentration le long du rayon vont être « gommées » par l'intégrale (figure 18).

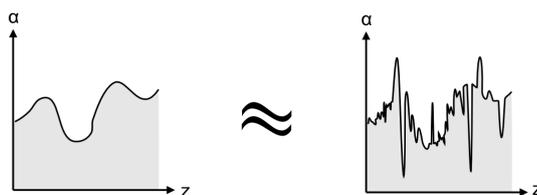


FIGURE 18 — Pour approximer la quantité de matière rencontrée par un rayon (une intégrale), on peut négliger les hautes fréquences.

L'annexe C détaille un peu cette intuition. En pratique, pour le filtrage de la transmittance d'un voxel, on peut négliger l'influence des hautes fréquences. Seules les variations dont la longueur d'onde caractéristique est proche de la taille d'un voxel vont nous intéresser.

8.4 Conclusion de l'étude de l'hétérogénéité

On a montré que pour une quantité constante de matière, l'hétérogénéité d'un milieu tend à le rendre plus transparent. L'utilisation de la loi de Beer-Lambert pour le calcul de la transmittance d'un voxel, en ne se basant que sur une valeur de concentration moyenne, donne un résultat peu représentatif du milieu.

Enfin, on a vu que les variations de très hautes fréquence par rapport à la taille du voxel influencent peu la transmittance. Cette remarque est importante pour l'élaboration de modèles de filtrage pour les nuages de gaz hétérogènes.

9 Modélisation procédurale des nuages

L'approche standard pour la modélisation des nuages consiste à définir de valeurs de densité explicites sur une grille 3D. Cela demande de stocker beaucoup de données, pour un résultat souvent pas assez détaillé. Une alternative consiste à utiliser des fonctions de densités volumiques procédurales, grâce auxquelles on peut évaluer la densité en n'importe quel point de l'espace, et avec la précision désirée. D'autres approches recourent à des ensembles de particules enrichies procéduralement.

Un des premiers modèles procéduraux, détaillé dans [Gar85], utilisaient des sinusoides et des formes elliptiques. D'autres solutions ont permis de créer des géométries beaucoup plus réalistes : les bruits procéduraux en font partie.

Pendant mon stage, j'ai étudié les bruits procéduraux les plus utilisés, afin de pouvoir créer des nuages sur lesquels je faire des tests. Cette partie donne les principales caractéristiques de ces bruits puis explique comment j'ai utilisé ces bases pour créer mes nuages.

9.1 Previous works

9.1.1 Les fonctions de bruit procédural

Les bruits procéduraux sont une alternative aux textures à bases d'images. Notre cerveau est très sensible à la répétition de motifs géométriques, ce qui rend l'utilisation d'images et de motifs délicate. Par exemple, on repère très vite un agencement récurrent de fleurs dans une prairie modélisée avec une texture herbeuse.

Les bruits procéduraux sont des fonctions qui produisent des textures mathématiques aléatoires (ou pseudo-aléatoires), continues, sans périodicité et contrôlés en fréquence. Ces textures bruitées peuvent servir à perturber la couleur et la transparence d'une surface, les normales, à créer des altitudes, ou même à définir entièrement des volumes (comme les hypertextures dans [PH89]). Un exemple classique d'utilisation est l'ajout de petites irrégularités sur une surface : mur en béton, sol sablonneux, peau de fruits, etc.

Idéalement, les fonctions de bruit sont définies en 2D ou 3D, bornées (par exemple, à valeurs entre -1 et 1), ne présentant pas de motifs strictement répétitifs, isotropes (sans alignements ni directions privilégiées) et continus. Il existe plusieurs bruits qui répondent en partie à ces critères ([State10]), parmi lesquels le bruit de Perlin, sa version améliorée (simplex noise, [Perlin02] et [Gust05]), le wavelet noise ([CDR05]), en encore le gabor noise ([GLLD12]).

9.1.2 Du bruit au nuage

Les bruits mentionnés ci-dessus ont souvent une fréquence principale. En 2D, par exemple, cela se traduit par la forme *donut* de la transformée de Fourier. Des formes nuageuses détaillées sont rapidement obtenues en additionnant plusieurs bruits à des fréquences différentes. On rencontre souvent le terme "fractal", "multi-échelle", ou fBm (pour *fractional Brownian motion*).

Dans certains cas, on préfère multiplier les signaux des différentes échelles au lieu de les additionner. On parle alors de multifractales, ou de cascades multiplicative dans la littérature mathématique. Ces méthodes sont utilisées pour la génération procédurale de terrain ([EMPPW02]). La dimension fractale varie d'une région à une autre et d'une échelle à une autre, ce qui permet, par exemple, que les plaines d'un paysage soient moins rugueuses que les montagnes. Avec du bruit additif, ce n'est pas le cas, car les rugosités de chaque échelles sont indépendantes. La figure 19 compare l'effet de l'ajout et de la multiplication de bruits de Perlin.

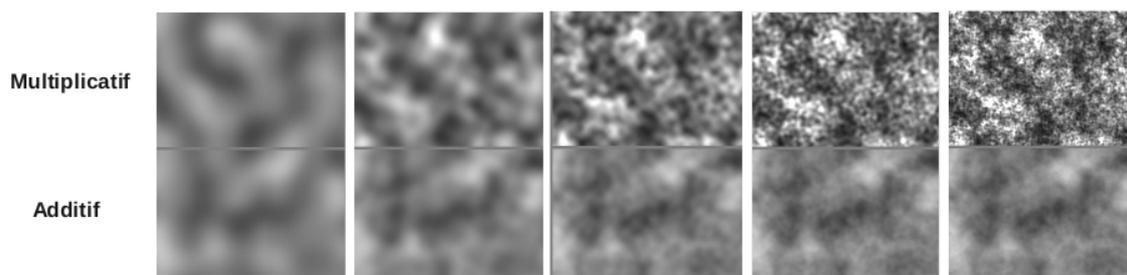


FIGURE 19 — Combinaisons de bruits de Perlin 2D pour créer des textures fractales. A gauche, la texture est composée d'un seul signal. De gauche à droite, des hautes fréquences sont ajoutées.

Les bruits sont souvent transformés et seuillés avant d'être utilisés, selon l'effet désiré.

9.2 Utilisation du bruit procédural pour les nuages des galaxies

Pour la modélisation de nuages, nous avons choisi d'utiliser du bruit multiplicatif, car cette technique n'est pas sans rapport avec les processus de formations des nuages des galaxies : par auto-gravité à partir d'un milieu homogène, la matière se concentre à toutes les échelles, jusqu'à la formation de structures fractales ([PC93]).

La figure 20 montre l'allure des nuages obtenus dans GigaVoxels en 3D.

Nous avons souhaité contrôler l'aspect des nuages procéduraux créés avec ce bruit. Pour contrôler l'hétérogénéité, il est naturel de vouloir contrôler l'histogramme du bruit de Perlin, qui est par défaut une gaussienne (figure 21). J'ai implémenté une méthode qui permet de normaliser en temps réel le bruit de Perlin, afin que son histogramme soit plat.

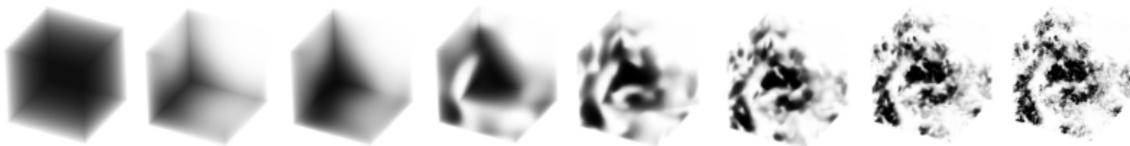


FIGURE 20 – Modélisation de nuages par multiplication de bruit de Perlin 3D.

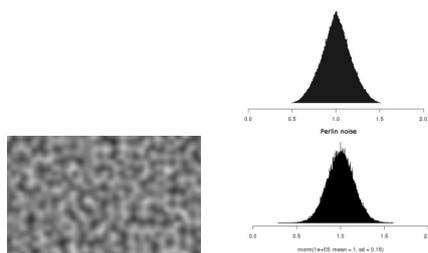


FIGURE 21 – Un bruit de Perlin 2D (à gauche) et son histogramme de valeurs (en haut à droite). En bas à droite, l’histogramme d’un jeu de simulations de variables aléatoires de loi normale. On peut voir que le bruit de Perlin suit presque la répartition d’une loi normale.

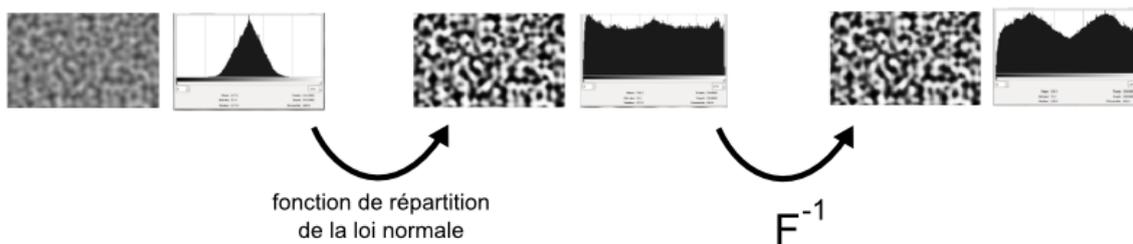


FIGURE 22 – Pipeline de contrôle de l’histogramme d’un bruit de Perlin. La première étape est une normalisation (l’histogramme devient presque plat), et la second modifie les valeurs selon n’importe quelle loi de probabilité.

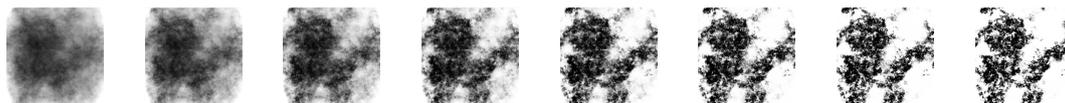


FIGURE 23 – Contrôle de l’hétérogénéité des nuages 3D avec des fonctions sinus. A gauche, le bruit de Perlin de base. De gauche à droite : ajout d’une fonction sinus supplémentaire.

Ensuite, j'ai appliqué une autre transformation à ce bruit afin de donner à l'histogramme l'allure souhaitée. La figure 22 illustre les étapes de la méthode et les résultats obtenus.

Avec mon implémentation, il est possible de contrôler assez précisément l'histogramme d'un bruit de Perlin, afin qu'il corresponde à n'importe quelle loi de probabilité connue. En pratique, pour obtenir des structures nuageuses satisfaisantes, cette méthode s'est avérée inutile. Il est suffisant de forcer le bruit à prendre des valeurs extrêmes. Cela peut être calculé très simplement en appliquant un certain nombre de fois une fonction sinus à chaque valeurs du bruit. La figure 23 permet de voir que cette méthode permet un contrôle de l'aspect des nuages.

Dans la dernière partie, nous appellerons *bruit simple* le bruit de Perlin multiplicatif par défaut, et *bruit concentré* le même bruit après la concentration des densités par les fonctions sinus.

10 Modèles pour le filtrage des nuages hétérogènes

Dans les parties précédentes, on a présenté les nuages moléculaires, les méthodes procédurales pour les générer, et l’outil de rendu GigaVoxels. Cette dernière partie traite des différentes approches de filtrage des nuages hétérogènes que j’ai étudiées.

10.1 Mesures sur des nuages modélisés avec du bruit de Perlin simple, conclusions

Les premiers nuages que j’ai implémentés dans GigaVoxels utilisaient du bruit de Perlin 3D multiplicatif, vu dans la partie 9. J’ai suis parti d’un petit programme basé sur la librairie Gigavoxels, qui utilisait déjà du bruit de Perlin. Il m’a suffit de comprendre le code, d’ajouter des options dans l’interface graphique du viewer et de faire quelques retouches pour obtenir des nuages sur lesquels faire des tests.

Dans la partie 8, nous nous sommes attachés à montrer que sous certaines hypothèses, l’ajout de hautes fréquences a peu d’impact sur la transmittance du milieu. La figure 24 met en évidence le phénomène : la transparence du milieu de varie presque pas lors de l’ajout de hautes fréquences.

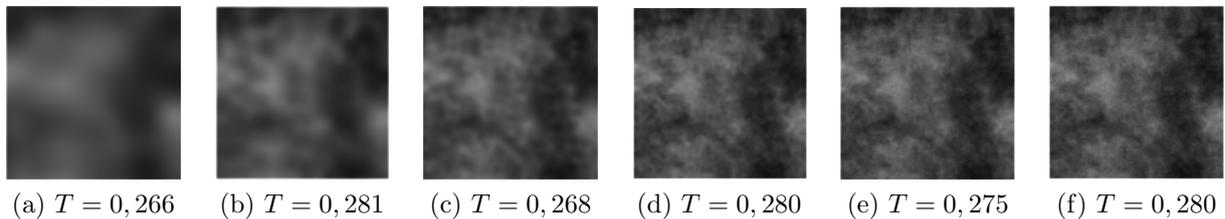


FIGURE 24 – Sur ces nuages 3D créés dans GigaVoxel, on constate, comme prévu, que l’ajout de hautes fréquences modifie de manière négligeable la transmittance du milieu (à peu près 0.27, soit un milieu assez opaque).

La figure 25 montre l’erreur commise par approximation homogène de ces nuages. Elle est très faible. Cela s’explique par la relative homogénéité du bruit de Perlin : les valeurs ne sont jamais des valeurs extrêmes, ce qui produit des nuages suffisamment diffus pour que l’hétérogénéité n’ait que peu d’influence sur la transmittance. La transmittance des nuages de cette première implémentation peuvent donc se passer de filtrage.

10.2 Étude de cas sur des nuages modélisés avec du bruit de Perlin concentré

Mon but était de comprendre le comportement de la transmittance des nuages procéduraux très hétérogènes. Ma méthode est simple : je simule un grand nombre de nuages, en

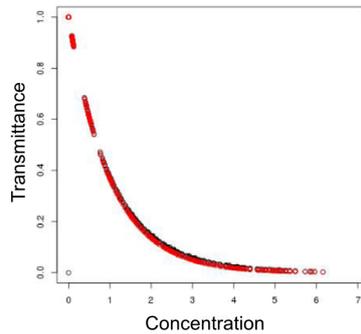


FIGURE 25 — Transmittances de cubes de nuages procéduraux basés sur du bruit de Perlin simple, pour un grand nombre d'échantillons aléatoires générés en C++ (points rouges). En noir, la valeur de transmittance donnée par la loi de Beer-Lambert. Les points noirs et rouges sont pratiquement superposés. On peut conclure que les nuages sont suffisamment homogènes pour pouvoir utiliser la loi de Beer-Lambert.

introduisant des décalages aléatoires dans le calcul du bruit de Perlin. Sur les échantillons obtenus, je mesure les valeurs de concentration moyenne et de transmittance, afin d'en tirer des statistiques des conclusions pour le filtrage de ces nuages.

Les nuages obtenus avec du bruit de Perlin concentré (par des fonctions sinus, cf. partie 9) sont trop hétérogènes pour pouvoir utiliser la loi de Beer-Lambert. La figure 26 montre l'erreur commise en appliquant la loi de Beer-Lambert, pour une série de nuages simulés dans GigaVoxels.

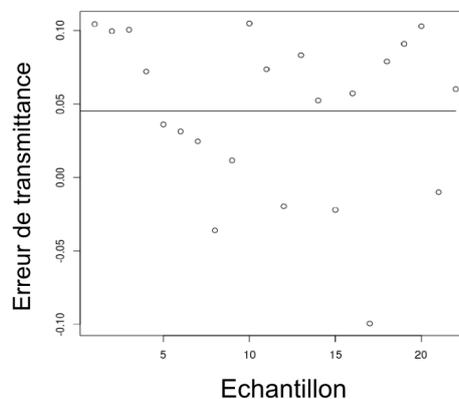


FIGURE 26 — Mesure de l'erreur commise sur la transmittance par utilisation de la loi de Beer-Lambert sur un volume de gaz très hétérogène (Perlin concentré). Le trait horizontal représente l'erreur moyenne sur les 22 échantillons aléatoires.

Après avoir simulé de nombreux échantillons pour plusieurs concentrations (dans GigaVoxels et en C++) et mesuré des erreurs, j'ai pu observer que l'erreur moyenne commise est relativement faible, car la valeur donnée par la loi de Beer-Lambert sur-estime et sous-estime alternativement les échantillons. Cette observation n'est pas en contradiction avec les remarques de la partie 8 : pour une concentration moyenne donnée, le cas homogène est

bien le cas le plus opaque, mais la concentration moyenne dans les volumes procéduraux varie beaucoup. La figure 27 montre quelques exemples de nuages procéduraux : certains volumes contiennent beaucoup de matière, et d'autres sont plutôt vides.

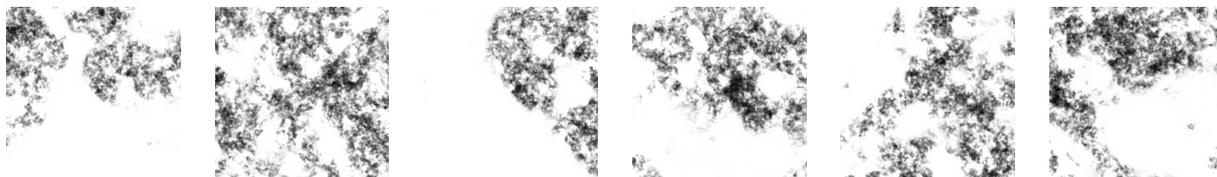


FIGURE 27 — Exemples de réalisations du bruit de Perlin concentré.

L'autre bilan de mon étude, c'est que même en connaissant exactement la concentration moyenne d'une réalisation, on ne peut rien conclure sur la transmittance. La figure 28 montre une série de mesures de transmittances sur des échantillons en fonctions de leur concentration moyenne. Plusieurs échantillons ont la même concentration moyenne mais des transmittances très différentes. Cela s'explique par des différences d'hétérogénéité. Dans ce cas d'étude, j'ai identifié un second paramètre, relié à une propriété de l'histogramme de la projection du bruit (cf. partie 8.1). Les deux statistiques (la concentration moyenne et ce paramètre d'hétérogénéité) suffisent pour déterminer précisément la transmittance. Deux questions se posent : ces deux paramètres suffisent t'ils pour tous les types de bruit ? Comment évaluer rapidement et précisément la concentration moyenne et l'hétérogénéité d'un volume hétérogène procédural ?

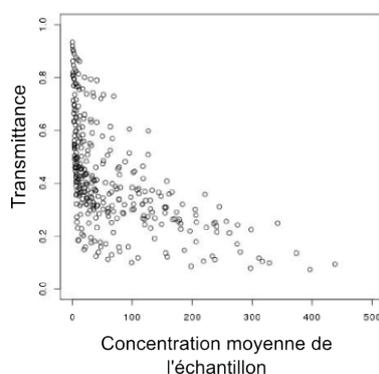


FIGURE 28 — Transmittances d'échantillons en fonction de leur concentration moyenne.

10.3 Évaluation de l'hétérogénéité par oversampling

L'*oversampling* (ou sur-échantillonnage) est une façon générique de résoudre un problème de filtrage. L'idée est de sonder les données sous-voxel (ou sous-pixel) afin d'en déduire l'effet émergent. Les limites de l'oversampling sont dues au coût des samples. De

plus, un nombre trop petit de samples ne donne pas toujours une bonne approximation de l'effet émergent. Pour certains problèmes de filtrage, la convergence est très lente.

J'ai implémenté un oversampling de $3*3*3$ par voxel, c'est à dire qu'à chaque fois qu'un voxel est produit, la densité est calculée en 27 points à l'intérieur du voxel. L'oversampling ralentit beaucoup la production des voxels, et rend le programme instable, à cause d'un temps d'exécution des kernels trop long sur le GPU. On observe toutefois une très légère amélioration : certains voxels sont plus opaques, et d'autres plus transparents, grâce à l'estimation des données sous-voxels.

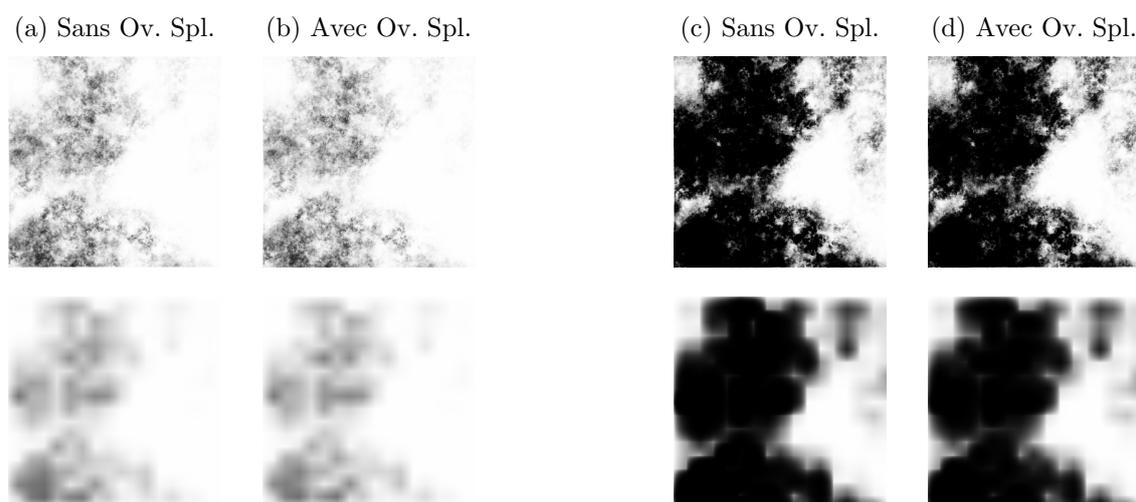


FIGURE 29 – Effet de l'oversampling sur l'opacité des voxels. Les différences sont difficiles à percevoir sans superposer les images.

10.4 Approches probabilistes

Pour contourner les problèmes de l'oversampling, je me suis intéressé aux méthodes de générations procédurales top/down. Le principe est le suivant : au lieu de chercher l'effet émergent de structures créées procéduralement, on peut renverser le problème, c'est à dire attribuer arbitrairement (ou en respectant certaines statistiques) un effet émergent aux voxels. Lors de la création de nouveaux détails, on peut faire en sorte que les nouveaux voxels, plus petits, soient cohérents avec l'effet émergent choisi.

Cette méthodes permettrait d'assurer qu'il n'y ait aucun problème de filtrage. Le nouveau problème à régler est la perte de contrôle sur les objets procéduraux créés : comment contrôler à la fois l'effet émergent et l'apparence des nuages ?

J'ai implémenté plusieurs tentatives de génération procédurale top/down, dont une basée sur une discrétisation des réalisations du bruit de Perlin, et l'ajout de contraintes de transmittance. Ces tentatives n'ont pas encore abouti à des modèles utilisables, et je projette de consacrer la fin de mon stage à d'autres problèmes.

11 Conclusion scientifique

Mon travail a permis de mettre au point des modèles pour l'illumination de nuages denses avec ou sans gradient de densité à la surface. J'ai également proposé une implémentation des nuages dans GigaVoxels, qui permet de contrôler l'hétérogénéité des nuages. Enfin, j'ai étudié l'effet de l'hétérogénéité sur la transmittance macroscopique des nuages. J'ai mis en évidence qu'une approximation homogène pouvait conduire à des erreurs, j'ai montré que l'erreur était négligeable pour certains bruits et pas pour d'autres. Enfin, j'ai implémenté un filtrage très simple basé sur de l'oversampling, et exploré quelques autres pistes de filtrage par génération procédurale top/down qui n'ont pas encore abouti.

A la date de rédaction de ce rapport, il me reste plus d'un mois de stage. Je compte le mettre à profit pour étudier l'effet émergent des nuages de gaz et de poussières lorsqu'ils sont mêlés à de nombreuses étoiles. J'étudierai l'effet des corrélations nuages/étoiles sur la luminosité des voxels, et m'intéresserai à la génération procédurale d'étoiles.

J'ai trouvé un équilibre entre la lecture d'articles, la recherche et l'implémentation de solutions. J'ai eu l'occasion de manipuler des outils variés : CUDA, fragment shaders, R, MatLab, Maple, optimisation avec Valgrind, installations avec CMake, programmation en C++, ainsi que le rendu et la modélisation dans Blender. J'ai aussi beaucoup élargi ma culture scientifique grâce aux présentations des membres de l'équipe, aux conférences à l'Inria, et aussi lors des discussions pendant les pauses !

12 Conclusion générale

Ce stage a été beaucoup plus riche que ce que j'avais imaginé. Les membres de l'équipe m'ont apporté beaucoup, probablement plus que ce qu'ils s'imaginent. J'ai appris à mieux m'exprimer lorsque je parle de sciences, bien qu'il me reste une très grande marge de progression. J'ai compris que bien s'exprimer favorise l'émergence des bonnes idées, et que les quiproquos entre chercheurs ne sont pas rares. J'ai aussi pratiqué mon Anglais, et progressé assez vite.

Enfin, ce stage m'a permis de confirmer mon envie de travailler dans un laboratoire de recherche pour quelques temps. Sous réserve d'obtenir les financements nécessaires, je poursuivrai mon travail sur le filtrage de données complexes dans le cadre d'un doctorat, dirigé par Fabrice Neyret.

13 Bibliographie et références

13.1 Iñigo Quilez et Shadertoy

Shadertoy est un site web développé par Iñigo Quilez. Ce site permet de faire du rendu en n'écrivant que des *fragment shaders* : aucun maillage n'est utilisé, et tout est calculé en temps réel. Ce site regorge d'objets purement procéduraux, et démontre l'ingéniosité des internautes. Un exemple : www.shadertoy.com/view/XslGRr.

13.2 Milieu interstellaire

- [DFCours] Dr Dirk Froebrich *Astronomy and Astrophysics (cours à University of Kent)*
<http://astro.kent.ac.uk/df/index.html>
- [GMKAG] J. R. Graham, C. F. McKee, and Al Glassgold, *The Interstellar Medium (cours à University of California, Berkeley)*
<http://astro.berkeley.edu/ay216/08/NOTES/>
- [SA10] Néstor Sánchez, Emilio J. Alfaro, *The fractal spatial distribution of stars in open clusters and stellar associations*
To appear in Lecture Notes and Essays in Astrophysics IV, A. Ulla and M. Manteiga (editors)
- [SAP06] Néstor Sánchez, Emilio J. Alfaro, Enrique Pérez, *Fractal dimension of interstellar clouds : opacity and noise effects*
The Astrophysical Journal, Oct. 2006
- [PC93] D. Pfenniger, F. Combes, *Is dark matter in spiral galaxies cold gas ?*
Astronomy and Astrophysics, Nov. 1993
- [FC84] S. A. Fulkerson, F. O. Clark, *The gaz density gradient for three dark interstellar clouds*
Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 287, Dec. 15, 1984
- [Gisp] Jacques Gispert (Université de la Méditerranée), *Cours d'astronomie*,
<http://astronomia.fr/cours.php>

13.3 Fractales

- [TixierPhD] Florent Tixier, *Caractérisation de l'hétérogénéité tumorale sur des images issues de la tomographie par émission de positons (TEP)*
Université de Bretagne occidentale - Brest (30/04/2013), Dimitris Visvikis ; Laurent Corcos (Dir.)
- [ZKAM13] S.Zehani, M.Khider, A.Taleb Ahmed, M.Mimi, *Classification par Lacunarité Fractale de la Texture de l'Os Trabéculaire*
ICEO 2013
- [MM13] Patrice Abry, Stéphane Jaffard, Bruno Lashermes, *Revisiting Scaling, Multifractal, and Multiplicative Cascades with the Wavelet Leader Lens*
Proc. SPIE, 5607, page 103–117. (2004)

13.4 Rendu de nuages

- [BNL06] Bouthors A., Neyret F., Lefebvre S., *Real-time realistic illumination and shading of stratiform clouds.*
In *Eurographics Workshop on Natural Phenomena* (sep 2006).
- [KVH84] James T. Kajiya and Brian P Von Herzen., *Ray tracing volume densities.*
SIGGRAPH Comput. Graph., 18(3) :165–174, 1984.
- [DKY00] Y. Dobashi and et al., *A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds*, 2000.
- [Gar85] Geoffrey Y. Gardner, *Visual simulations of clouds*
SIGGRAPH '85 Proceedings of the 12th annual conference on Computer graphics and interactive techniques
- [NND96] T. Nishita, Y. Dobashi, E. Nakamae, *Display of clouds taking into account multiple anisotropic scattering and sky light*
SIGGRAPH '96
- [GDC03] Jos Stam, *Real-Time Fluid Dynamics for Games*
Proceedings of the Game Developer Conference, March 2003.
- [StamPhD] Jos Stam, *Multi-Scale Stochastic Modelling of Complex Natural Phenomena*
PhD Thesis, Dept. of Computer Science, University of Toronto, 1995.

- [HarrisPhD] Mark Jason Harris *Real-time cloud simulation and rendering*
PhD Thesis, Dir. Anselmo Lastra, University of North Carolina at Chapel Hill, 2003 .
- [BNMBC08] Bouthors A., Neyret F., Max N., Bruneton E., Crassin C. *Interactive multiple anisotropic scattering in clouds*
Proceedings of the 2008 symposium on Interactive 3D graphics and games.
- [BN08] Bruneton E., Neyret F. *Precomputed atmospheric scattering*
In Eurographics Symposium on Rendering (2008).
- [BouPhD] Antoine Bouthors, *Realistic rendering of clouds in real-time*
PhD thesis from Université Joseph Fourier - june 2008
- [NS93] Tomoyuki Nishita, Takao Sirai, *Display of The Earth Taking into Account Atmospheric Scattering*
SIGGRAPH '93 Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. Pages 175-182

13.5 Procéduralisme

- [Gust05] Stefan Gustavson, *Simplex noise demystified*
Linköping University, Sweden (stegu@itn.liu.se), 2005-03-22
- [State10] A. Lagae1, S. Lefebvre, R. Cook, T. DeRose, G. Drettakis, D.S. Ebert, J.P. Lewis, K. Perlin, M. Zwicker, *State of the Art in Procedural Noise Functions*
EG 2010 - State of the Art Reports
- [EMPPW02] David S. Ebert, F. Kenton Musgrave, Darwyn Peachey, Ken Perlin, Steve Worley, *Texturing and modeling, a procedural approach*
Morgan Kaufmann Publishers Inc. San Francisco, CA, USA, deuxième et troisième éditions
- [Stam94] Jos Stam, *Stochastic Rendering of Density Fields*
Proceedings of Graphics Interface '94
- [FFC82] A Fournier, D Fussel, L Carpenter, *Computer Rendering of Stochastic Models*
Communications of the ACM, 1982
- [PH89] Ken Perlin, Eric M. Hoffert, *Hypertexture*
SIGGRAPH '89 Proceedings of the 16th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, Pages 253 - 262
- [Perlin02] Ken Perlin , *Improving Noise*
SIGGRAPH '02 Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, Pages 681-682

- [CDR05] Robert L. Cook, Tony DeRose, *Wavelet Noise*
SIGGRAPH '05 ACM SIGGRAPH 2005 Papers, Pages 803-811
- [GLLD12] Bruno Galerne, Ares Lagae, Sylvain Lefebvre, George Drettakis, *Gabor Noise by Example*
ACM Transactions on Graphics (TOG) - SIGGRAPH 2012 Conference Proceedings, July 2012

13.6 Divers

- [Cook86] Robert L. Cook *Stochastic Sampling in Computer Graphics*
ACM Transactions on Graphics (TOG), Jan. 1986
- [DHIPNO13] Jonathan Dupuy, Eric Heitz, Jean-Claude Iehl, Pierre Poulin, Fabrice Neyret, Victor Ostromoukhov *Linear efficient antialiased displacement and reflectance mapping*
ACM Transactions on Graphics (TOG) Nov. 2013
- [MM13] Miles Macklin, Matthias Müller, *Position Based Fluids*
To appear in ACM TOG 32(4)
- [MHHR06] Matthias Müller, Bruno Heidelberger, Marcus Hennix, John Ratcliff, *Position Based Dynamics*
3rd Workshop in Virtual Reality Interactions and Physical Simulation "VRIPHYS" (2006)
- [Levoy92] Marc Levoy, *Volume rendering using the fourier projection-slice theorem*
Proc. Graphics Interface '92, Vancouver, British Columbia, May, 1992, Canadian Information Processing Society, pp. 61-69.
- [HSCSL05] Justin Hensley¹, Thorsten Scheuermann, Greg Coombe¹, Montek Singh¹ and Anselmo Lastra¹, *Fast Summed-Area Table Generation and its Applications*
EG 2005
- [CNLE09] Cyril Crassin, Fabrice Neyret, Sylvain Lefebvre, Elmar Eisemann, *Giga-Voxels : Ray-Guided Streaming for Efficient and Detailed Voxel Rendering*
ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D), fev. 2009
- [CraPhD] Cyril Crassin, *GigaVoxels : A Voxel-Based Rendering Pipeline For Efficient Exploration Of Large And Detailed Scenes*,
PhD thesis from UNIVERSITE DE GRENOBLE - July 2011
- [DHIPN13] Jonathan Dupuy, Eric Heitz, Jean-Claude Iehl, Pierre Poulin , Fabrice Neyret, *Linear Efficient Antialiased Displacement and Reflectance Map-*

ping,

ACM Transactions on Graphics 32, 6 (2013) Article No. 211

13.7 Crédits FCRAO

This publication makes use of molecular line data from the Boston University-FCRAO Galactic Ring Survey (GRS). The GRS is a joint project of Boston University and Five College Radio Astronomy Observatory, funded by the National Science Foundation under grants AST-9800334, AST-0098562, AST-0100793, AST-0228993,& AST-0507657.

14 Annexes

A - courbes des approximations du single scattering

Un développement en série de Taylor donne une approximation de la fonction $dist(x)$, définie dans la partie 7, sous forme polynomiale. Une approximation par un polynôme de degré 2 permet de résoudre l'intégrale, mais la solution fait intervenir la fonction erreur de Gauss d'un nombre complexe, $erfi(z)$, donc l'évaluation est problématique, à plus forte raison en temps réel et sur GPU.

On va donc se contenter d'une approximation linéaire. Elle donne une approximation suffisamment proche de la solution exacte pour être utilisée en rendu, à condition de bien choisir l'emplacement de la série de Taylor. La figure 30 montre quelques exemples de courbes, tracées avec Maple, qui m'ont permis de vérifier la qualité de l'approximation. Le même type de courbes a été utilisé pour la validation du cas non homogène.

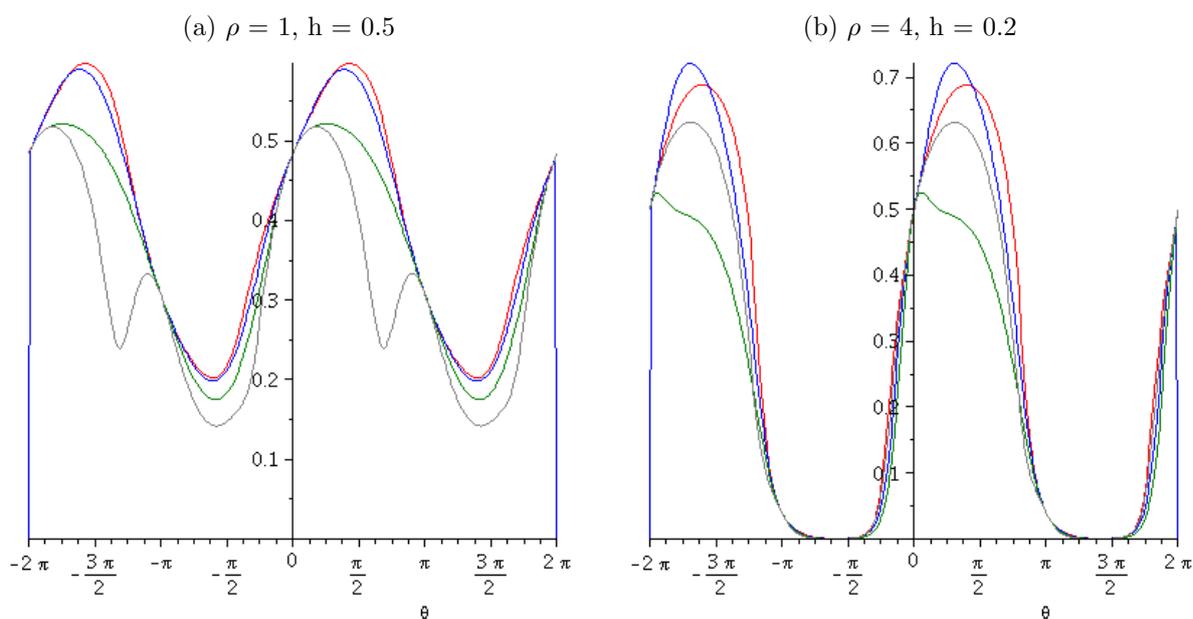


FIGURE 30 — Approximations du single scattering dans une sphère de gaz homogène. Courbes de l'énergie reçue par l'oeil en fonction de l'angle avec la direction de la lumière.
En rouge : la courbe de référence (intégration numérique)
En bleu : approximation quadratique de $dist(x)$ en 0
En vert : approximation linéaire de $dist(x)$ en $-x_{max}$
En noir : approximation linéaire de $dist(x)$ en 0

B - Inégalité de Jensen, milieux homogènes et hétérogènes

Theorème (Inégalité de Jensen) : Soient $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ un espace mesuré de masse totale $\mu(\Omega)$ égale à 1, g une fonction μ -intégrable à valeurs dans un intervalle réel I et φ une fonction convexe de I dans \mathbb{R} . Alors,

$$\varphi \left(\int_{\Omega} g \, d\mu \right) \leq \int_{\Omega} \varphi \circ g \, d\mu,$$

Remarque : lorsque φ est strictement convexe, les deux membres de cette inégalité sont égaux (si et) seulement si g est constante μ -presque partout.

Reprenons les notations de la partie 8.1. Posons $\varphi(x) = e^{-Lx}$, strictement convexe de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . On a :

$$\int_{x=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{y=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{L^2} dx dy = 1$$

L'inégalité de Jensen permet d'écrire :

$$e^{-\frac{L}{L^2} \int_x \int_y \text{proj}(x,y) dx dy} = e^{-L \cdot \alpha_{\text{moyen}}} \leq \frac{1}{L^2} \int_x \int_y e^{-L \cdot \text{proj}(x,y)} dx dy$$

On vient de montrer que l'utilisation de la loi de Beer-Lambert pour un voxel donne toujours une sous-estimation de la transparence si celui-ci représente un milieu hétérogène. Le cas homogène est donc le cas le plus opaque.

C - Influence des hautes fréquences de la fonction de densité sur la transmittance d'un milieu hétérogène

Imaginons qu'un voxel représente un nuage de gaz, modélisé avec un bruit fractal avec un nombre fini d'échelles plus petites que la taille du voxel. On souhaite lui attribuer une transparence la plus juste possible en prenant en compte sa hétérogénéité. Les variations de concentration aux fréquences les plus hautes ont-elles un impact de l'aspect global du nuage ? Autrement dit, le caractère fractal du nuage doit-il être pris en compte dans le modèle de filtrage ? Comment quantifier son effet, comment le prendre en compte ?

On va montrer que sous certaines conditions, les hétérogénéités microscopiques ont peu d'influence macroscopique. On reprend les notations introduites dans la partie 8 : soit $\alpha(x, z, y)$ le champ de coefficients d'absorption, continu et pas nécessairement fractal, défini sur un cube de côté L centré en 0. On s'intéresse à un seul rayon traversant le milieu, dans la direction de l'axe de z .

α étant un champ continu, on suppose qu'on peut trouver une discrétisation $(s_i)_{1 \leq i \leq N}$ suffisamment fine le long du rayon telle qu'on puisse supposer la concentration homogène au voisinage de chaque sample (figure 31).

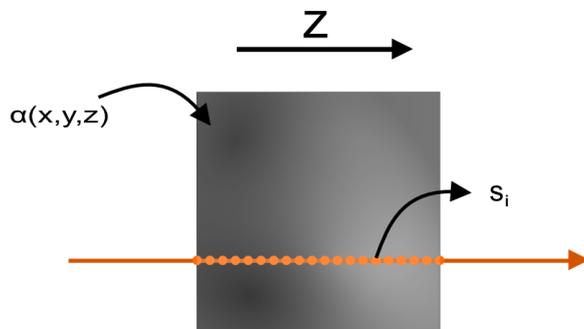


FIGURE 31 – Sampling le long du rayon traversant un milieu défini par un champ $\alpha(a, x, y)$.

On peut donc appliquer la loi de Beer-Lambert le long de cette droite sur de petits volumes considérés homogènes. Une estimation de la transmittance le long du rayon peut s'obtenir par la multiplication des transmittances des samples. On peut écrire :

$$T \simeq \prod_{i=1}^N e^{-\frac{L}{N}\alpha(s_i)} = e^{-L \sum_{i=1}^N \alpha(s_i)}$$

Cette façon de poser le problème permet de voir que pour un signal continu, ce qui compte, c'est la concentration moyenne rencontré le long du rayon.

On multiplie ensuite α par une fonction f définie sur le même cube, de moyenne 1 et indépendante de α . On suppose que f est de très haute fréquence, de telle sorte que les $(f(s_i))_{1 \leq i \leq N}$ puissent être considérés comme N réalisations d'une variable aléatoire X d'espérance 1. $\alpha(s_i)$ et $f(s_i)$ sont indépendantes, et donc non corrélées. On peut écrire

$$E[\alpha(s_i)f(s_i)] = E[\alpha(s_i)X] = \alpha(s_i)E[X] = \alpha(s_i)$$

On s'attend donc à ce que $\sum \alpha(s_i)f(s_i)$ converge vers $\sum \alpha(s_i)$ avec la loi des grands nombre, c'est à dire en augmentant le nombre de samples. Une approximation de la transmittance s'écrit :

$$T \simeq e^{-L \sum \alpha(s_i)f(s_i)} \simeq e^{-L \sum \alpha(s_i)}$$

Si f est une fonction très haute fréquence, la multiplication d'un champ $\alpha(x, z, y)$ par $f(x, y, z)$ n'aura pas d'impact significatif sur la transmittance. Cela signifie que le modèle de filtrage n'a pas besoin de prendre en compte l'hétérogénéité sur un grand nombre d'échelle.