



Détection de collisions continue

Stéphane Redon
Computer Science Department
University of North Carolina at Chapel Hill

GTAS'03
Brest 16-17 juin 2003

- 1. Introduction**
- 2. Mouvements intermédiaires arbitraires**
- 3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées**
- 4. Applications et résultats**

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

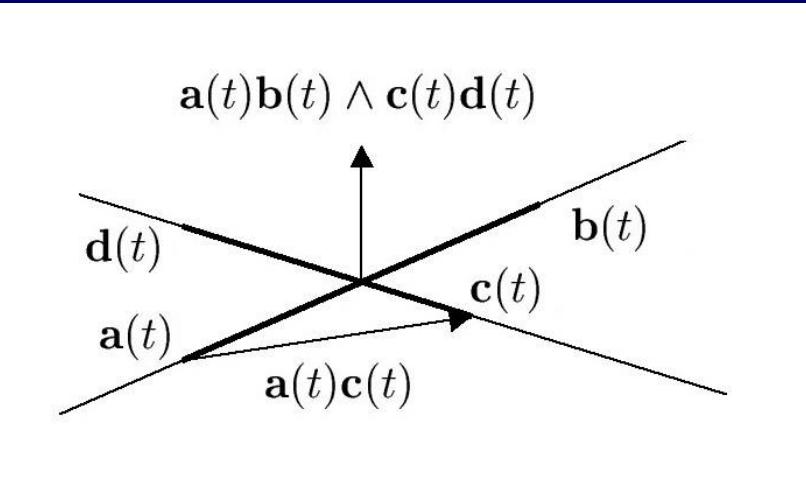
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Les méthodes de détection de collisions sont réparties en deux catégories
 - Méthodes discrètes : détectent des **interpénétrations** entre les objets
 - Méthodes continues : calculent **l'instant de premier contact**
- Cas des objets polyédriques :
 - Méthodes discrètes : détection des **interpénétrations entre triangles**
 - Méthodes continues : **trois types de contact possibles**
 - Arête / Arête
 - Point / Face
 - Face / Point

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

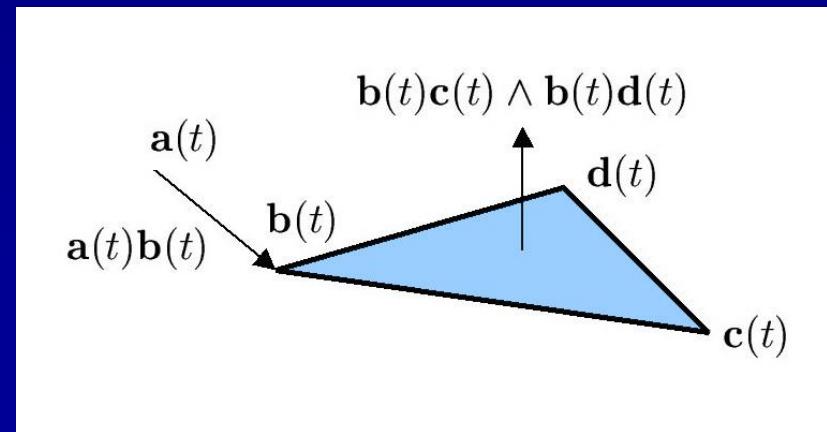
Arête / Arête

$$\mathbf{a}(t)\mathbf{c}(t) \cdot (\mathbf{a}(t)\mathbf{b}(t) \wedge \mathbf{c}(t)\mathbf{d}(t)) = 0$$



Point / Face

$$\mathbf{a}(t)\mathbf{b}(t) \cdot (\mathbf{b}(t)\mathbf{c}(t) \wedge \mathbf{b}(t)\mathbf{d}(t)) = 0$$



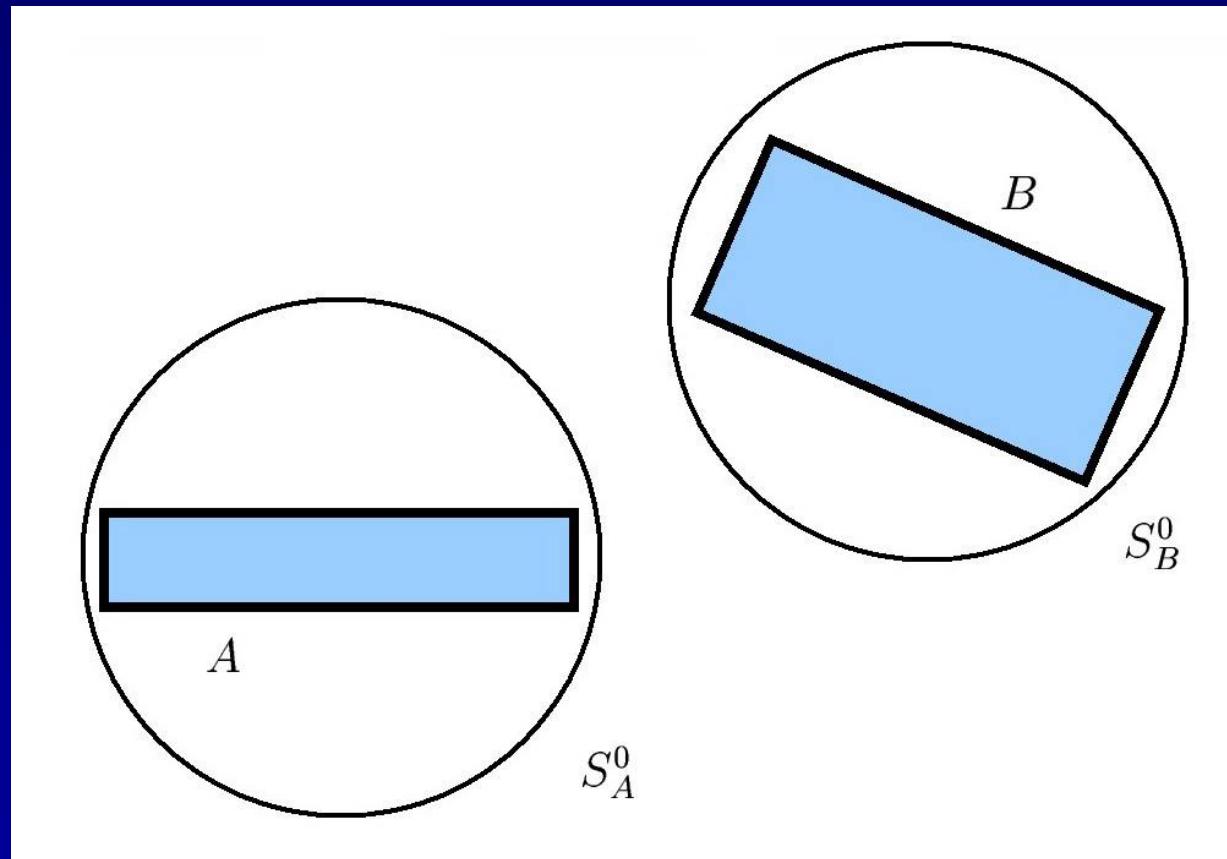
Equations de détection de collisions continue

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

Méthodes de détection de collisions

- Deux phases
 - localisation des zones de contact potentiel
 - détection de collisions élémentaires
- Pour la première phase, de nombreuses méthodes emploient des hiérarchies de volumes englobants

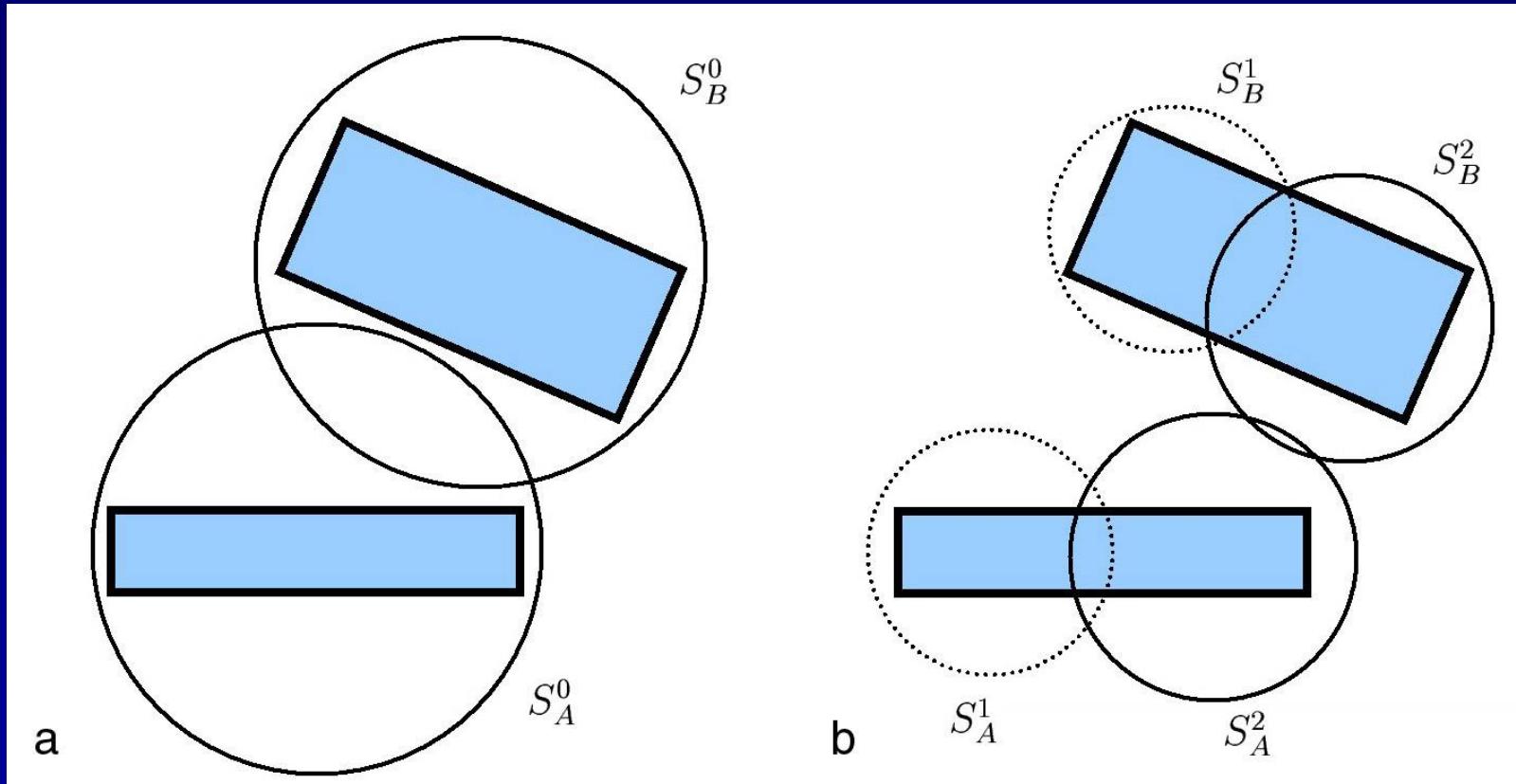
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Utilisation de hiérarchies de volumes englobants

Si les sphères ne se recouvrent pas, les objets ne peuvent pas entrer en contact

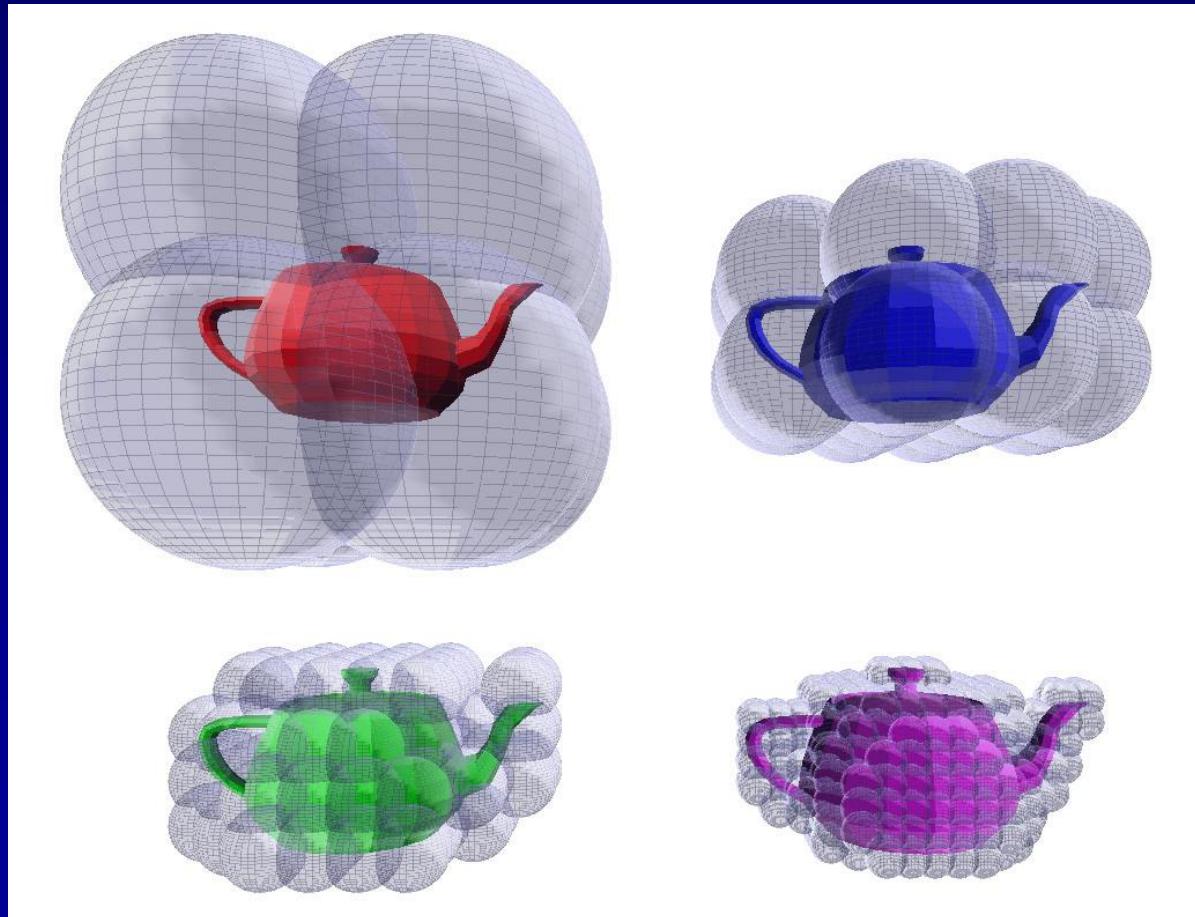
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Utilisation de hiérarchies de volumes englobants

Si les sphères initiales se recouvrent, des sphères plus petites sont utilisées

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Utilisation de hiérarchies de volumes englobants

Plusieurs niveaux d'une hiérarchie de sphères associée à une théière

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- La plupart des méthodes de détection de collisions sont **discrètes**
- Les méthodes discrètes présentent **plusieurs inconvénients importants**
 - Si l'on n'autorise pas l'interpénétration :
 - méthode de backtracking nécessaire
 - difficile et coûteux pour les objets complexes
 - Si l'on autorise l'interpénétration :
 - manque de réalisme visuel
 - manque de réalisme physique
 - certaines collisions ne sont pas détectées
 - difficulté de calculer la quantité d'interpénétration
 - risques d'instabilité dans la simulation
 - ordre des points de contact

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Peu de méthodes continues

- Canny 86 : Quaternions - Objets polyédriques
- Cameron 90 : Opérateur d'extrusion - Objets CSG
- Von Herzen *et al.* 90 : Bornes de Lipschitz et dichotomie - Surfaces paramétrées
- Duff 92 : Arithmétique d'intervalles et dichotomie - Surfaces implicites
- Snyder *et al.* 93 : A.I. et méthodes de Newton - Surfaces implicites ou paramétrées
- Mirtich 96 : Mouvements ballistiques - Objets polyédriques

Méthodes « semi-continues »

- Lennerz *et al.* 99 : continue pour triangles, discrète pour les volumes englobants
- Eckstein *et al.* 99 : volume englobant les positions initiale et finale

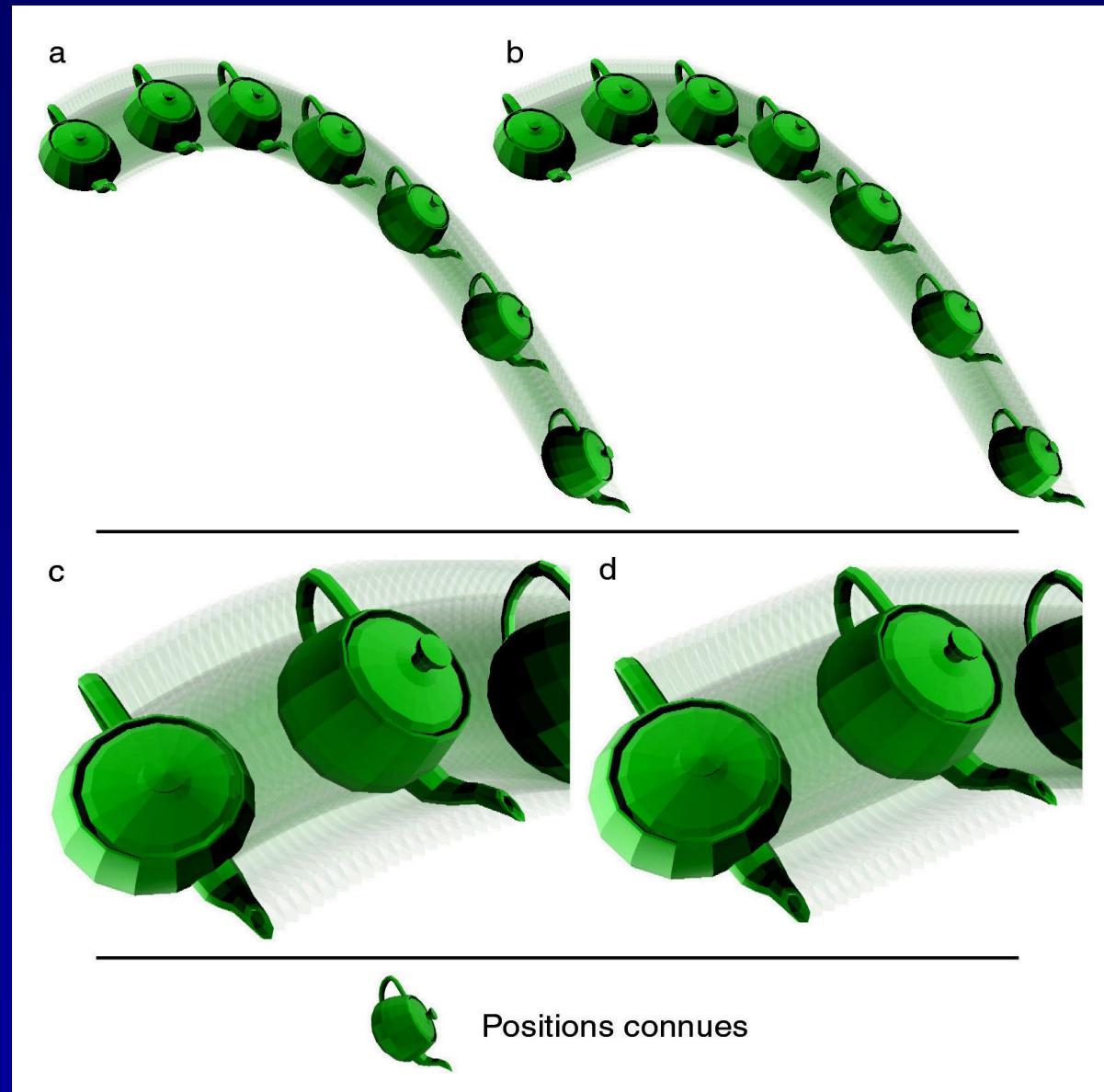
- 1. Introduction**
- 2. Mouvements intermédiaires arbitraires**
- 3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées**
- 4. Applications et résultats**

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

La plupart du temps, il est **impossible** de connaître le mouvement des objets en dehors de certains instants discrets successifs :

- Un objet est **manipulé** par l'utilisateur
- Les équations différentielles de la dynamique sont **discrétisées**

Nous proposons d'utiliser un **mouvement intermédiaire arbitraire** pour remplacer le mouvement réel de l'objet sur les intervalles de temps successifs où il n'est pas connu, afin de détecter des collisions en continu efficacement



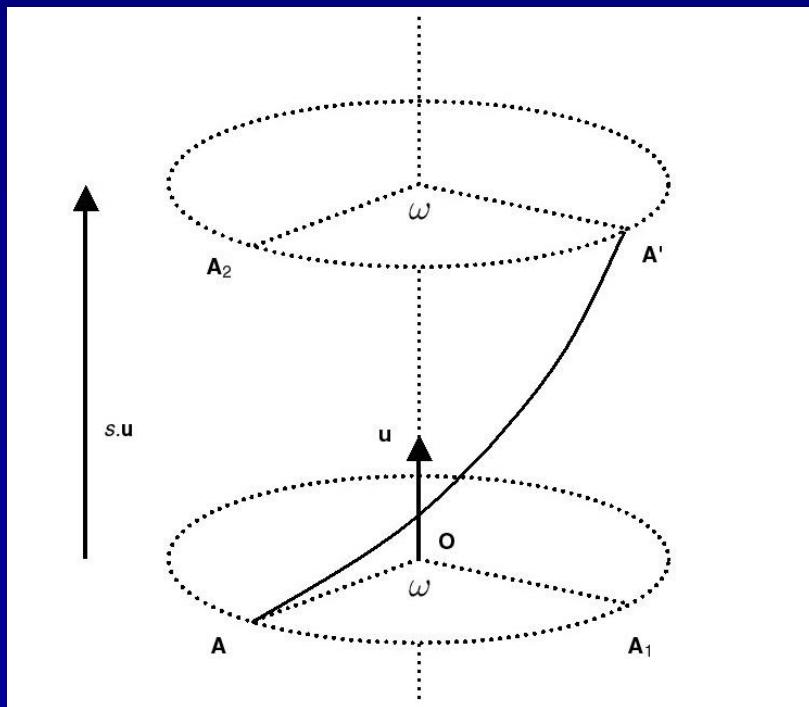
Utilisation d'un **mouvement intermédiaire arbitraire** pour
interpoler les positions connues successives

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Bien sûr, le mouvement intermédiaire choisi doit
 - Interpoler les positions connues successives
 - Etre rigide
 - Etre continu
 - Etre proche du mouvement réel de l'objet
- Le but est de choisir un mouvement qui vérifie ces conditions et permette d'obtenir des équations de détection de collisions faciles à résoudre
- NB : Le mouvement intermédiaire arbitraire remplace le mouvement réel dans toutes les situations, même lorsque l'objet est contraint par d'autres objets

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Un premier type de mouvement, a été proposé pour réduire le **coût** des équations de détection de collisions
- Ce mouvement est dérivé d'un **vissage**

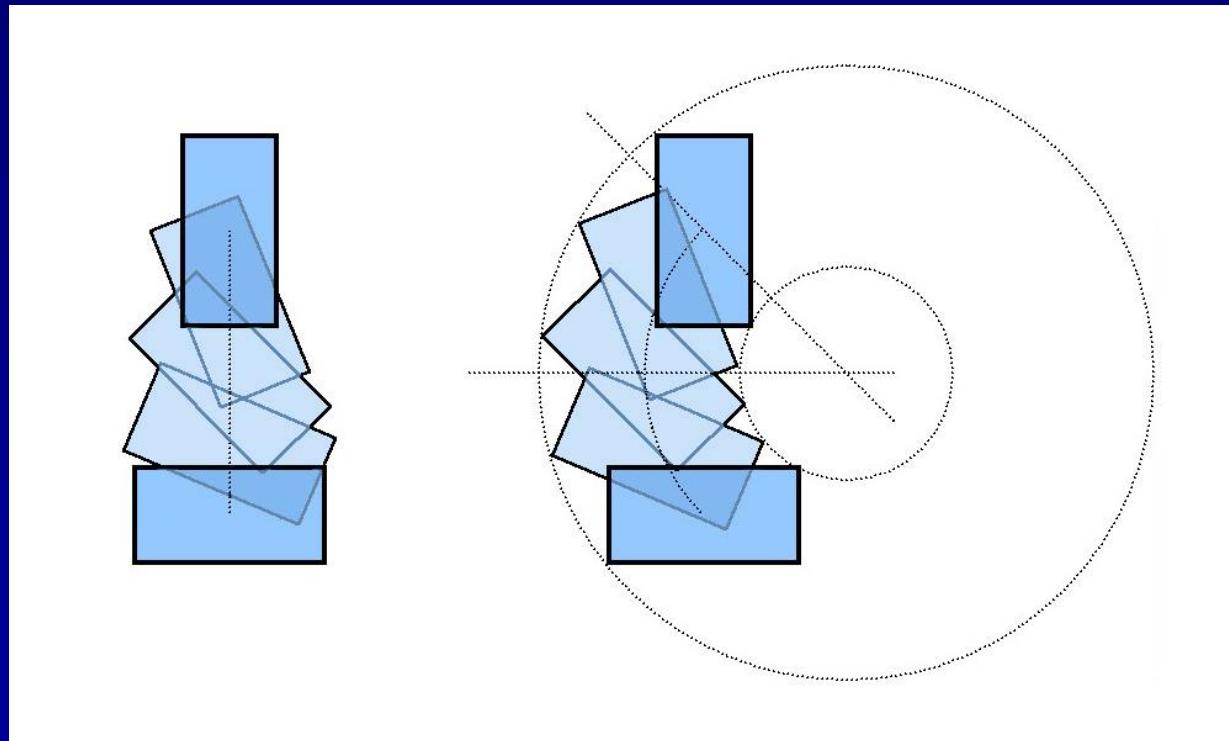


$$\mathbf{V}(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) & -\sin(\omega \cdot t) & 0 & 0 \\ \sin(\omega \cdot t) & \cos(\omega \cdot t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s \cdot t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{V}(t) \mathbf{P}$$

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- En théorie, un vissage peut conduire à des mouvements **non naturels**



- En pratique, l'utilisateur ne perçoit pas la différence car les pas de temps sont petits

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Pour un mouvement relatif donné, les caractéristiques du vissage sont calculées (axe, quantité de rotation w et quantité de translation s)
- Pour obtenir un mouvement intermédiaire arbitraire à partir du vissage, des fonctions continues sont utilisées pour paramétriser w et s au cours de l'intervalle de temps $[0,1]$

$$\mathbf{V}(t) = \begin{pmatrix} \cos(a_{\omega,s}(t)) & -\sin(a_{\omega,s}(t)) & 0 & 0 \\ \sin(a_{\omega,s}(t)) & \cos(a_{\omega,s}(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_{\omega,s}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Le vissage est utilisé pour exprimer les coordonnées des points au cours du temps

$$\mathbf{x}_A(t) = \mathbf{P}_A(t)\mathbf{x}_o = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{V}(t)\mathbf{P}\mathbf{P}_o\mathbf{x}_o$$

- Ces coordonnées sont utilisées dans les équations de détection de collisions élémentaires (arête / arête et point / face)

$$\mathbf{a}(t)\mathbf{c}(t) \cdot (\mathbf{a}(t)\mathbf{b}(t) \wedge \mathbf{c}(t)\mathbf{d}(t)) = 0$$

$$\mathbf{a}(t)\mathbf{b}(t) \cdot (\mathbf{b}(t)\mathbf{c}(t) \wedge \mathbf{b}(t)\mathbf{d}(t)) = 0$$

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Certaines fonctions **a** et **b** permettent de réduire les équations de détection de collisions à des **équations polynomiales de degré inférieur ou égal à trois**

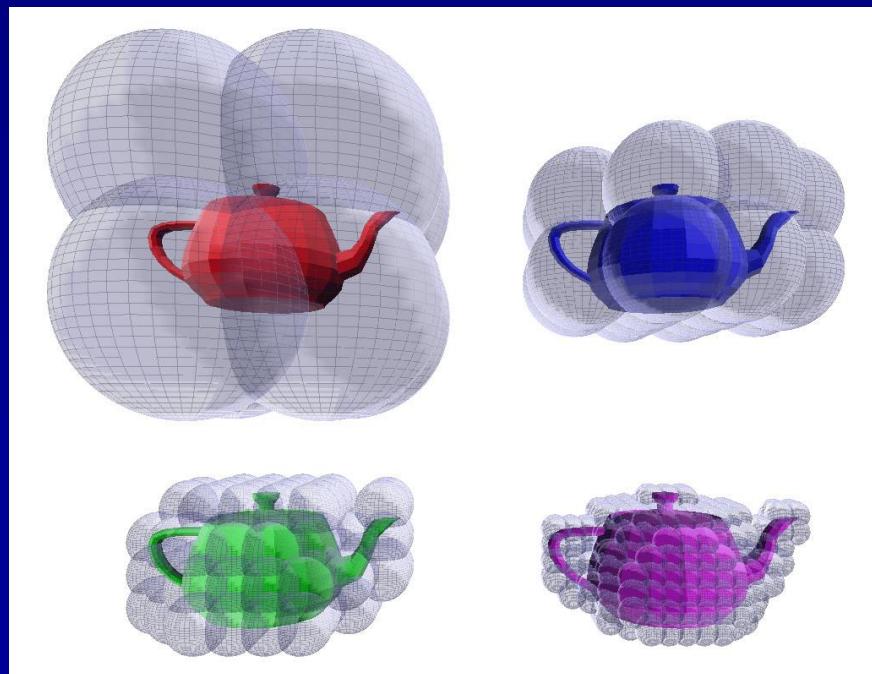
$$\begin{cases} a(\omega, s, t) = \omega t \\ b(\omega, s, t) = sf(t) \end{cases}$$

avec

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{si } \omega = 0 \\ \frac{\tan(\omega t/2)}{\tan(\omega/2)} & \text{sinon} \end{cases}$$

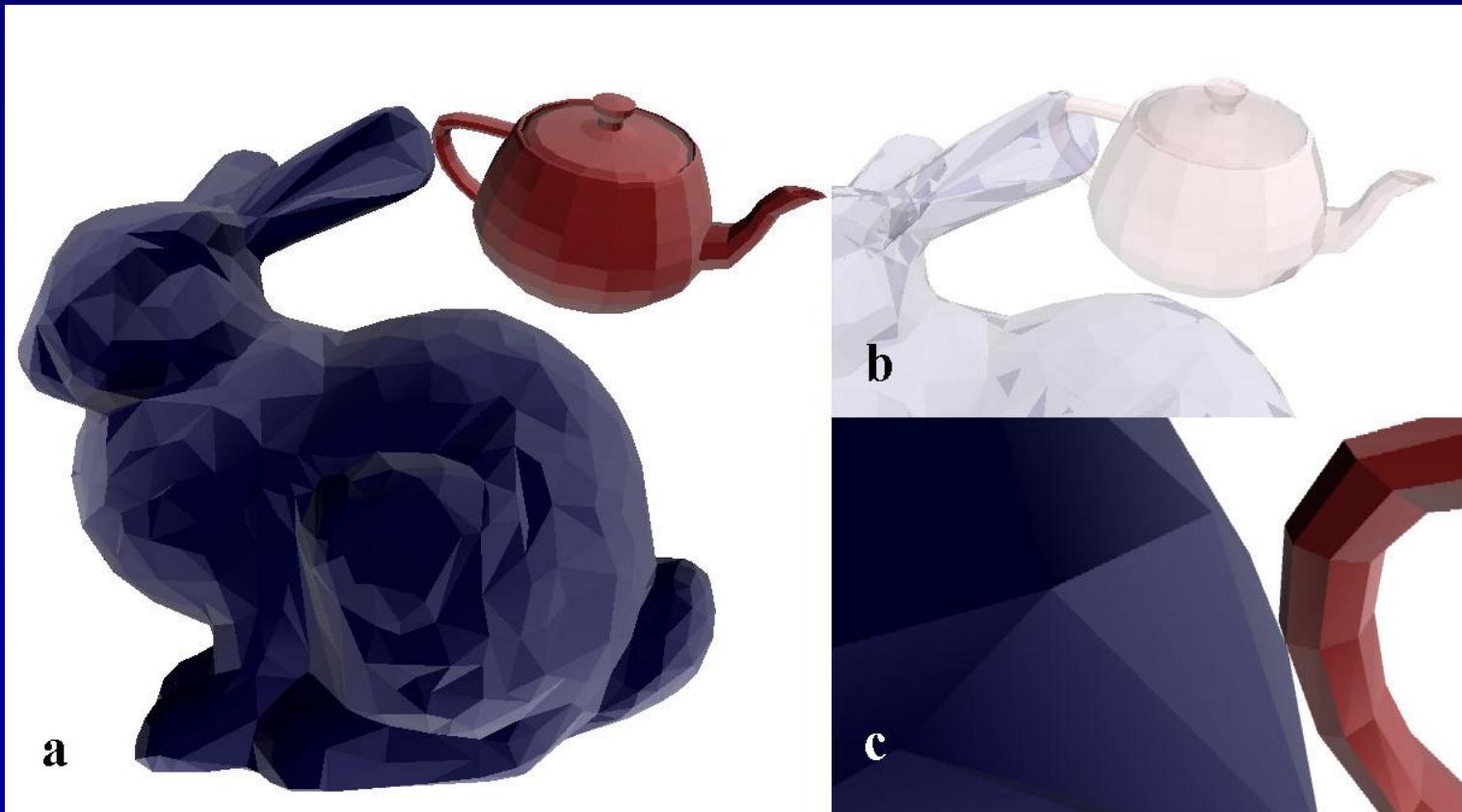
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Des **hiérarchies de sphères englobantes** sont utilisées pour accélérer la détection de collisions
- Les mêmes fonctions **a** et **b** peuvent être utilisées pour réduire des tests de **recouvrements continus** entre sphères à des **équations polynomiales de degré inférieur ou égal à trois**



1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

Evaluations



Manipulation d'objets

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

Avantages de cette première approche

- Détection de collisions continue
- Manipulation interactive jusqu'à quelques milliers de faces
- Faible coût des équations de détection de collisions élémentaires

Inconvénients

- Utilisation d'un mouvement relatif
- Utilisation de sphères, peu adaptées aux objets plats ou fins

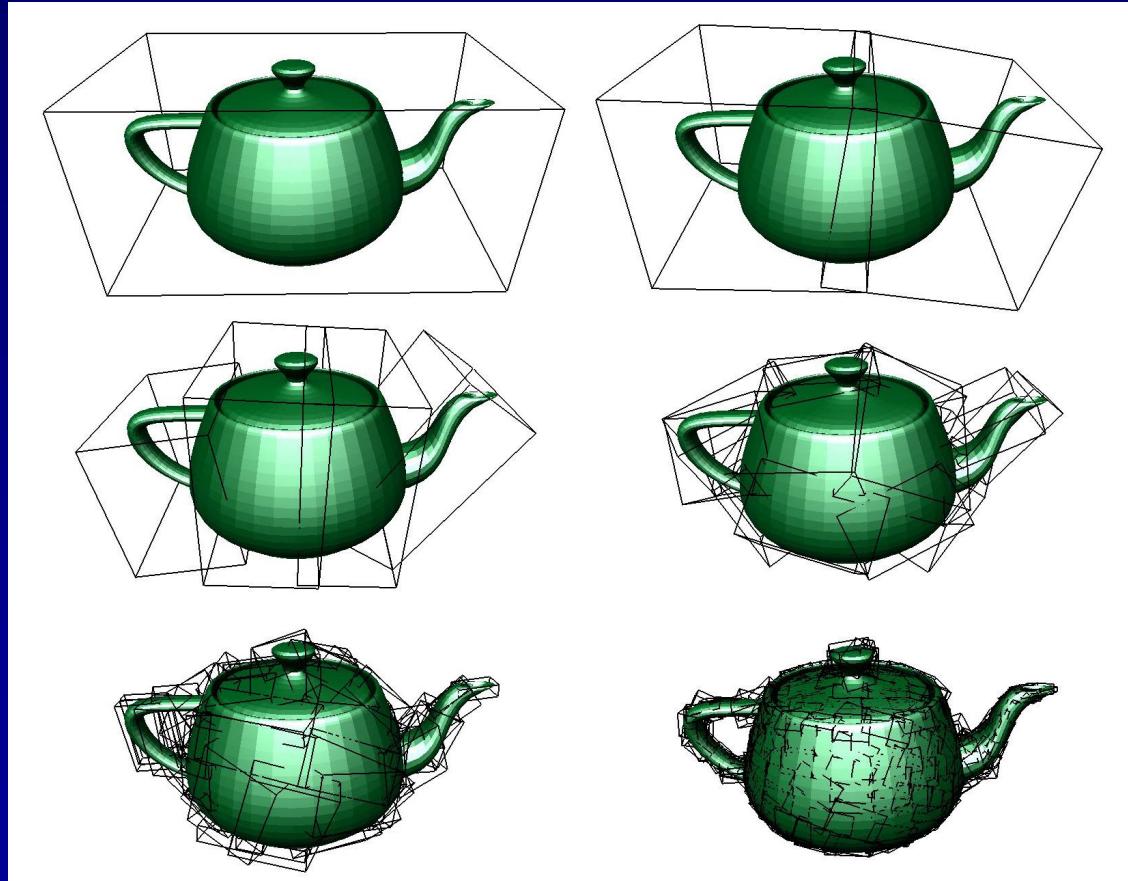
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Deuxième approche pour réduire le **nombre** d'équations de détection de collisions à résoudre
- Nous souhaitons également pouvoir gérer **plusieurs objets mobiles en même temps**

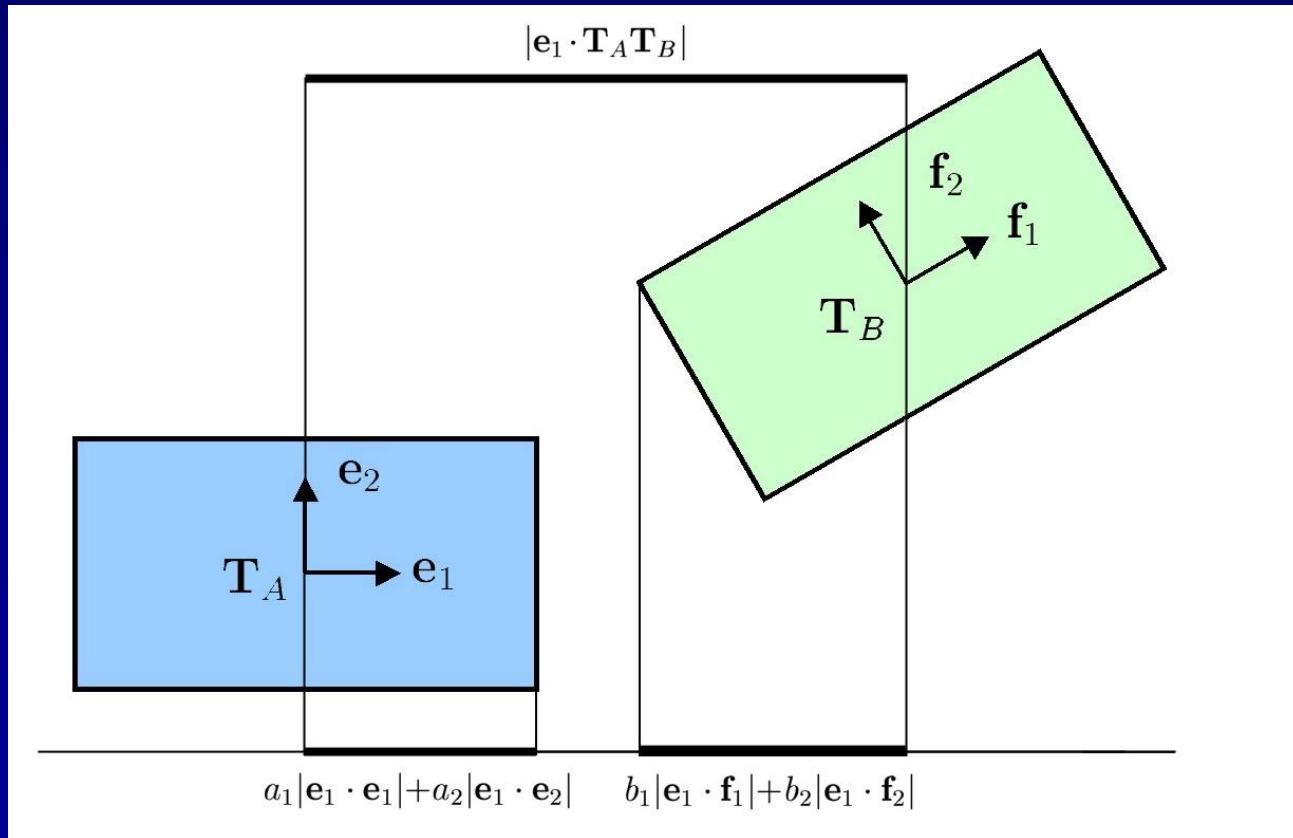
- Nous proposons d'utiliser des **boîtes englobantes orientées**
- Dans le cas discret, un test de recouvrement efficace a été proposé par Gottschalk et al. [GLM96]. Nous utilisons l'**arithmétique d'intervalles** pour dériver un test de recouvrement continu à partir du test de recouvrement discret
- L'**arithmétique d'intervalles** sert également à **résoudre les équations de détection de collisions élémentaires**

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Hiérarchie de boîtes englobantes orientées

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Un test de recouvrement discret efficace repose sur le théorème de l'axe séparateur

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Formellement, un axe **a** est **séparateur** si et seulement si

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{T}_A \mathbf{T}_B| > \sum_{i=1}^3 a_i |\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}_i| + \sum_{i=1}^3 b_i |\mathbf{a} \cdot \mathbf{f}_i|$$

- **Théorème de l'axe séparateur** : Deux boîtes englobantes orientées se recouvrent si et seulement aucun des quinze axes déduits des boîtes n'est séparateur

$$\mathbf{a} \in \{\mathbf{e}_i, \mathbf{f}_j, \mathbf{e}_i \wedge \mathbf{f}_j, 1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 3\}$$

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

L'arithmétique d'intervalles consiste à **calculer avec des intervalles**, plutôt qu'avec des nombres

- Un **intervalle**

$$I = [a, b] = \{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$$

- Un **intervalle vectoriel** est un vecteur d'intervalles

$$\begin{aligned} I_n &= [a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n] \\ &= \{\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, a_i \leq x_i \leq b_i \quad \forall i, \quad 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

Les calculs sur les nombres réels peuvent être **transposés aux intervalles**

$$[a,b] + [c,d] = [a + c, b + d]$$

$$[a,b] - [c,d] = [a - d, b - c]$$

$$[a,b] \times [c,d] = [\min(ac,ad,bc,bd), \max(ac,ad,bc,bd)]$$

$$1/ [a,b] = [1/b,1/a] \quad \text{si } a > 0 \text{ ou } b < 0$$

$$[a,b] / [c,d] = [a,b] \times (1/ [c,d]) \quad \text{si } c > 0 \text{ ou } d < 0$$

$$[a,b] \leq [c,d] \quad \text{si } b \leq c$$

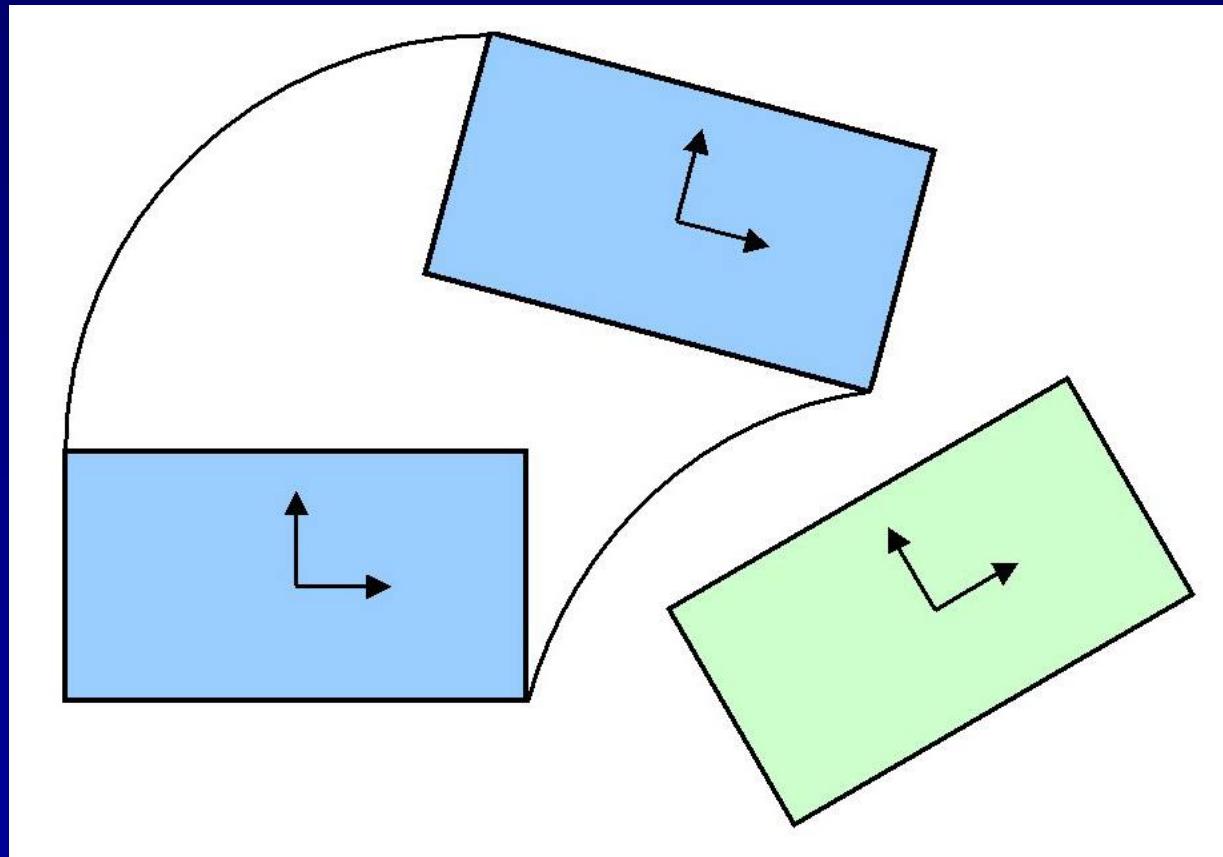
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Dans un test d'axe séparateur, les membres de l'inégalité sont des **fonctions du temps** dépendant du mouvement des objets

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{T}_A \mathbf{T}_B| > \sum_{i=1}^3 a_i |\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}_i| + \sum_{i=1}^3 b_i |\mathbf{a} \cdot \mathbf{f}_i|$$

- L'arithmétique d'intervalles permet de déterminer les situations où l'inégalité est respectée pour tout l'intervalle de temps. Autrement dit, les situations où l'axe est **séparateur durant tout l'intervalle de temps**
- Le calcul est **efficace** grâce à l'utilisation d'un **mouvement intermédiaire arbitraire fixe**

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Pour certains mouvements, aucun axe n'est séparateur durant tout l'intervalle de temps. Les quinze tests séparateurs continus échouent

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Une **heuristique** est utilisée pour déterminer les cas où les quinze tests séparateurs continus échouent alors que les boîtes ne se recouvrent pas au cours de l'intervalle de temps
- L'heuristique compare la **vitesse relative** des boîtes englobantes à la **taille** des boîtes
- Lorsque la vitesse relative des boîtes est grande par rapport à la taille des boîtes, l'intervalle de temps est **subdivisé** pour obtenir des **bornes plus précises** sur les membres des inégalités

Evaluations



Modèles © Renault

- 1. Introduction**
- 2. Mouvements intermédiaires arbitraires**
- 3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées**
- 4. Applications et résultats**

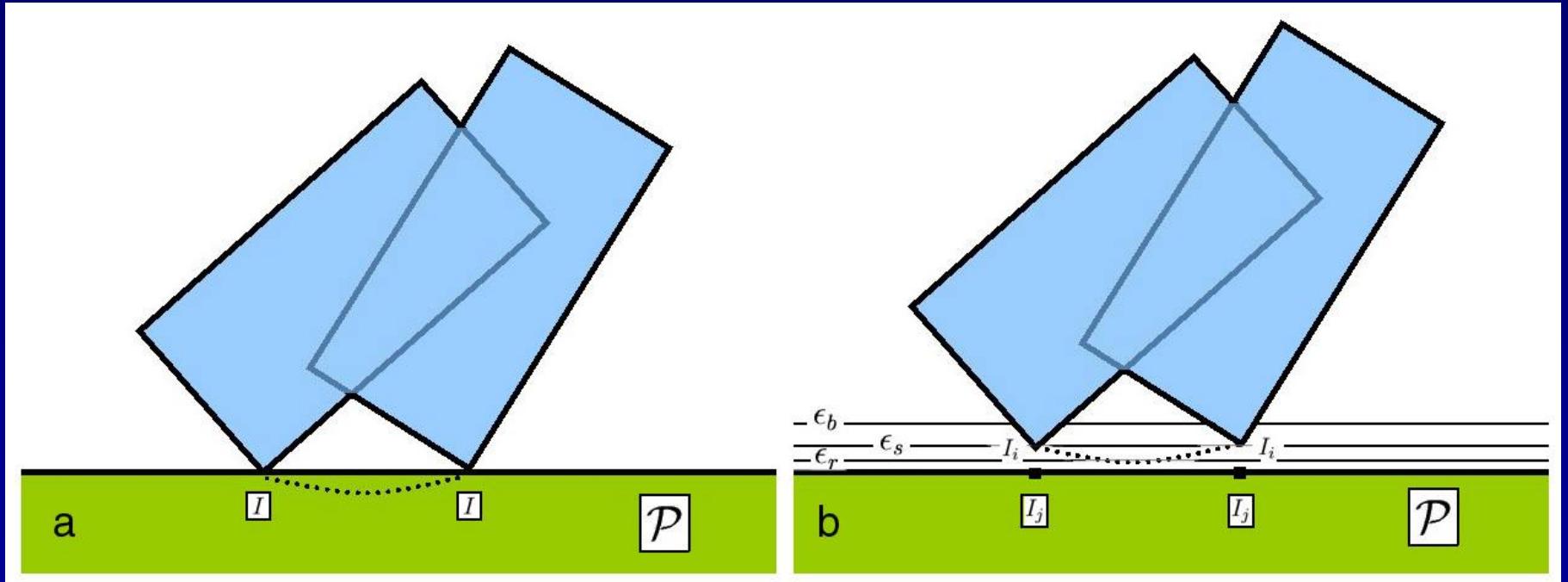
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Les algorithmes de détection de collisions ont été implantés et regroupés dans une librairie C++ portable

CONTACT (CONTinuous and Accurate Collision Tracking)

- Les algorithmes de simulation dynamique [ICRA 2002] ont été implantés et inclus dans CONTACT, pour former un simulateur complet : **CONTACT Toolkit**
- Afin de coupler les algorithmes de détection de collisions à ceux de dynamique, une **distance de sécurité** est maintenue entre les objets au cours de la simulation

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

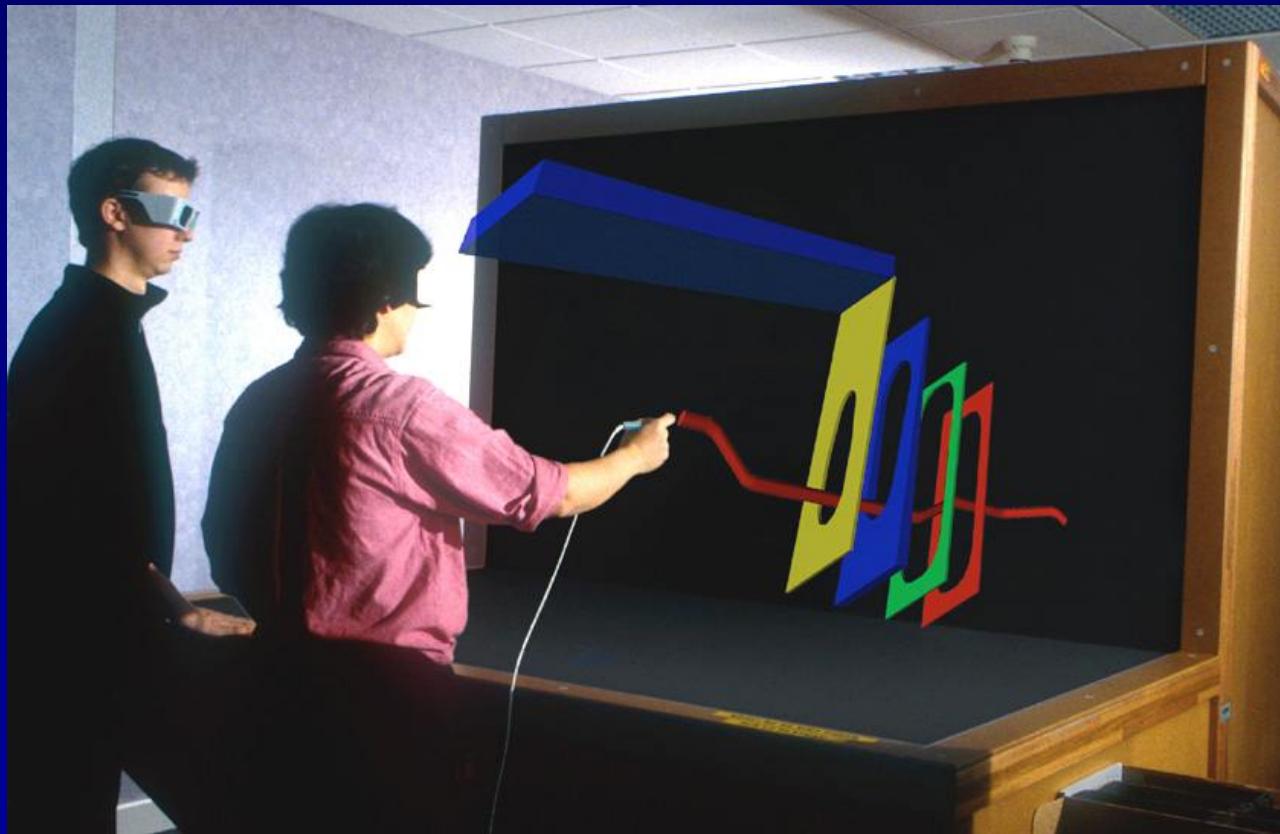


Au cours de la simulation, les objets sont maintenus légèrement éloignés les uns des autres pour que le mouvement arbitraire utilisé ne conduise pas à des collisions artificielles

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Premières évaluations pour tester
 - la correction des algorithmes
 - la validité de l'utilisation de mouvements intermédiaires arbitraires
- Tests avec bases de données industrielles (Renault et Airbus-EADS)
(convertisseur d'objets du format Iv au format CONTACT par Tangui Morvan)
- Intégration sur le plan de travail virtuel (avec Didier François)

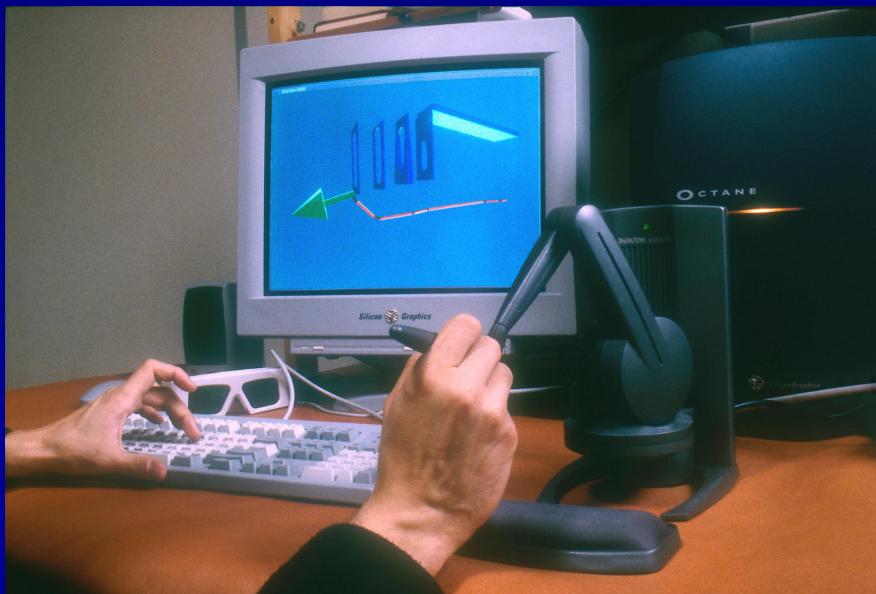
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



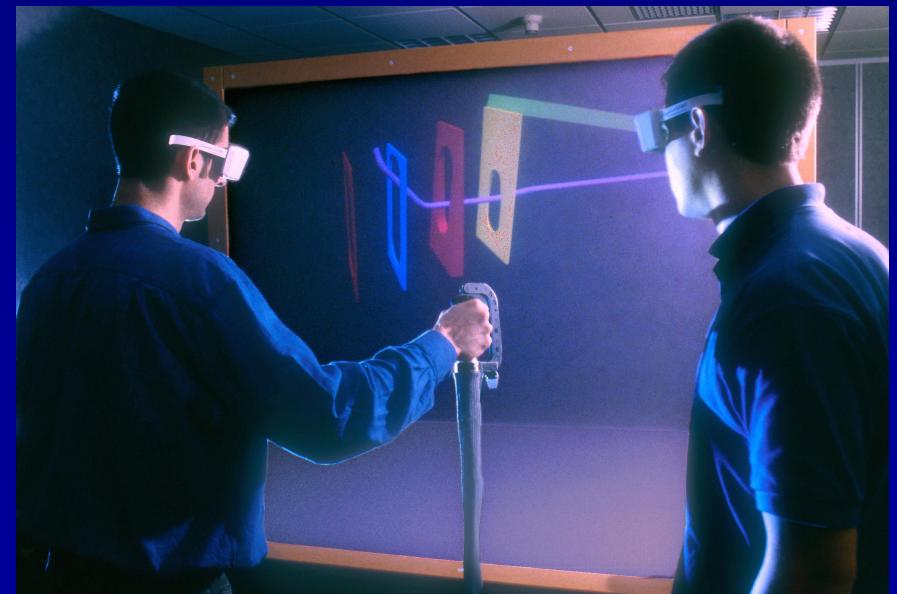
Intégration sur le plan de travail virtuel

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Applications pour la **simulation avec retour d'efforts**
- Premières applications par Anatole Lécuyer (utilisation des algorithmes de détection de collisions)



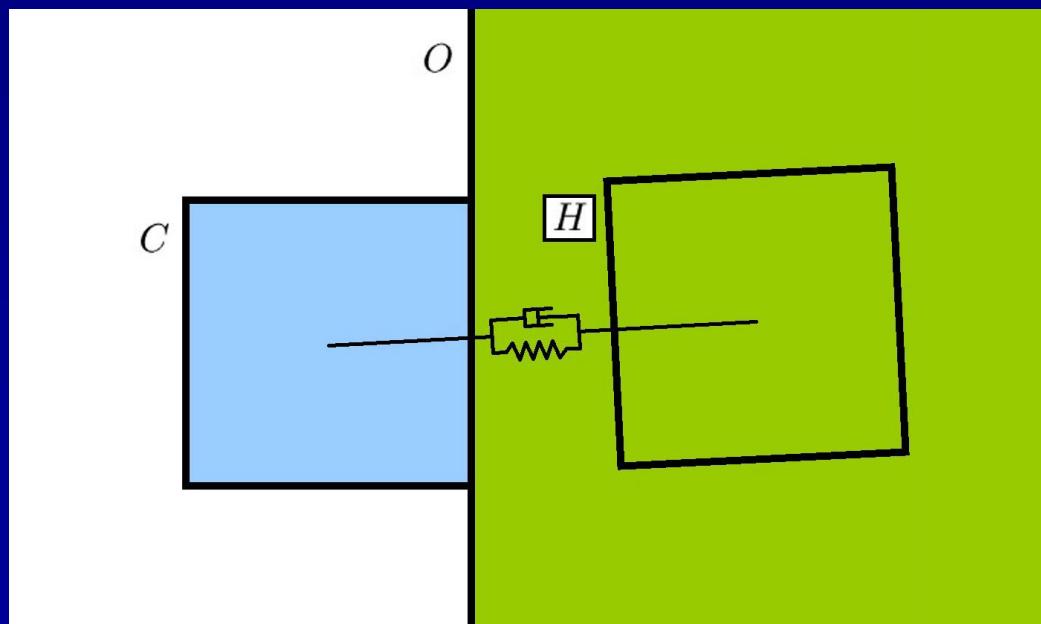
Prototype montage/démontage



Evaluation de la poignée haptique du CEA

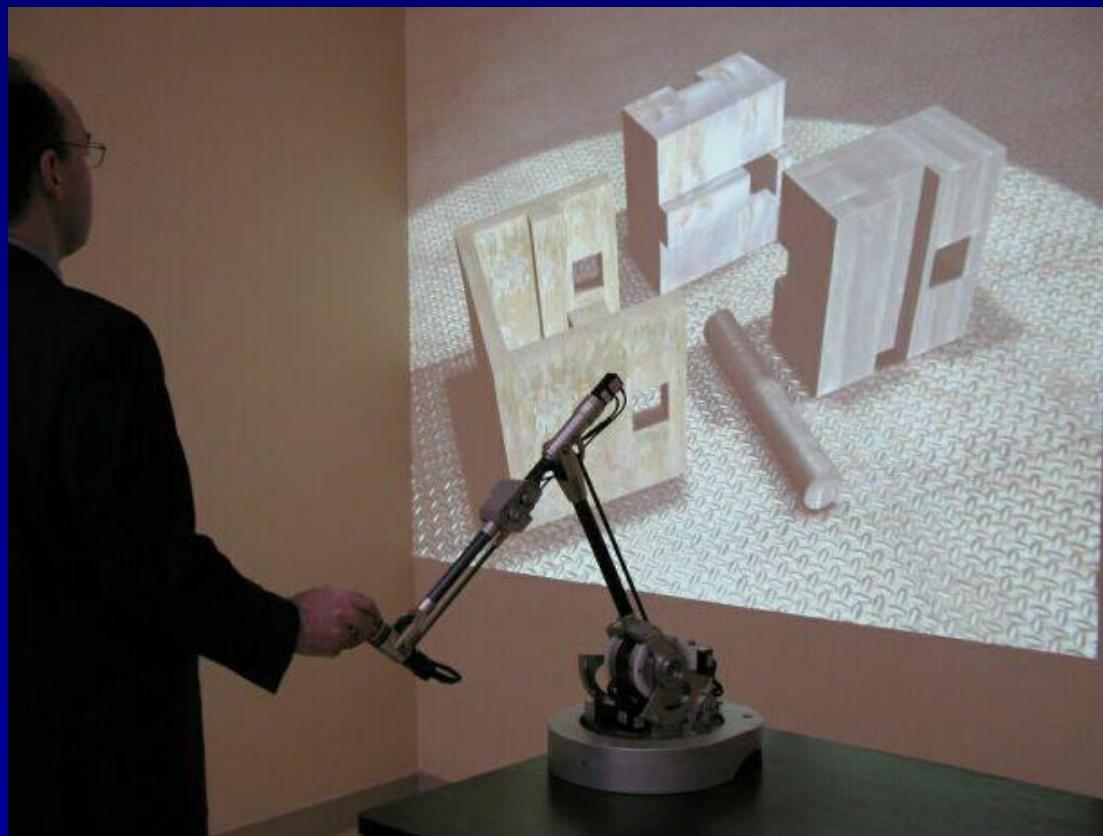
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Utilisation de **CONTACT Toolkit** pour la simulation avec retour d'efforts
- Méthode du couplage virtuel, proposée par **Colgate et al. (1995)**, pour relier le périphérique haptique et l'objet virtuel (implantée par Tangui Morvan et Nicolas Tarrin)



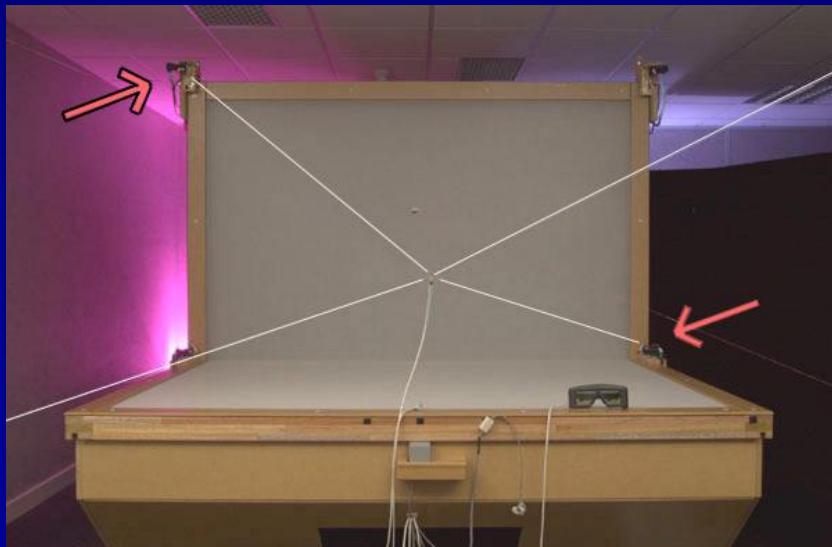
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Couplage avec le bras Virtuose du CEA



1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Applications sur la combinaison du **SPIDAR** et du **plan de travail virtuel** de l'INRIA-Rocquencourt (réalisée par Nicolas Tarrin)



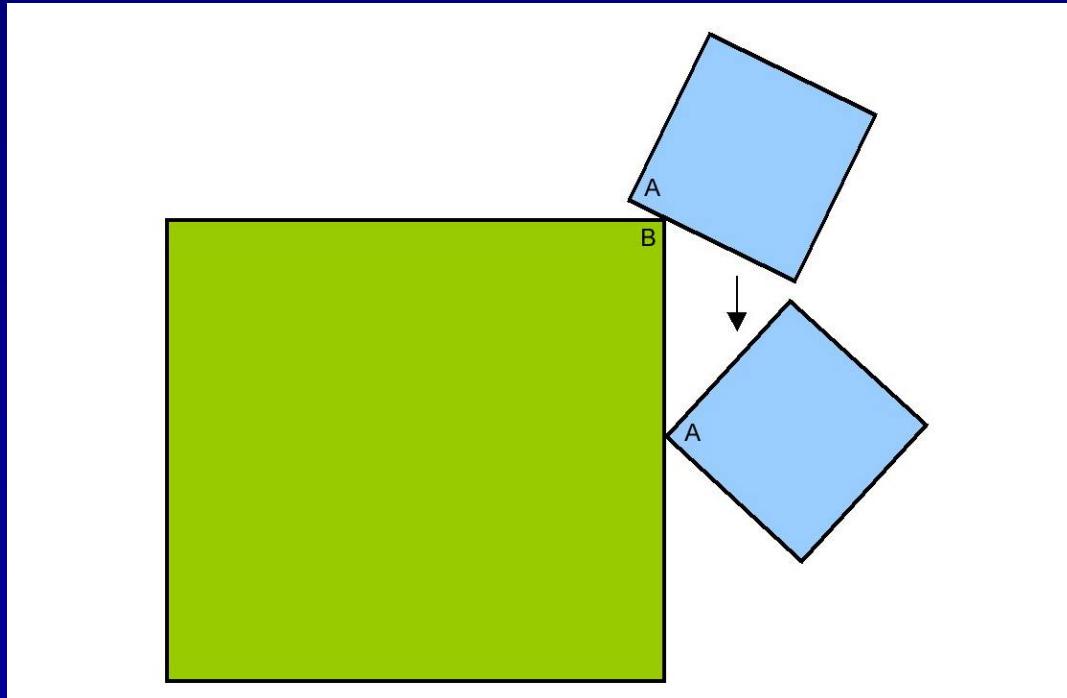
Positions de deux des quatre moteurs du SPIDAR



Utilisation du SPIDAR

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

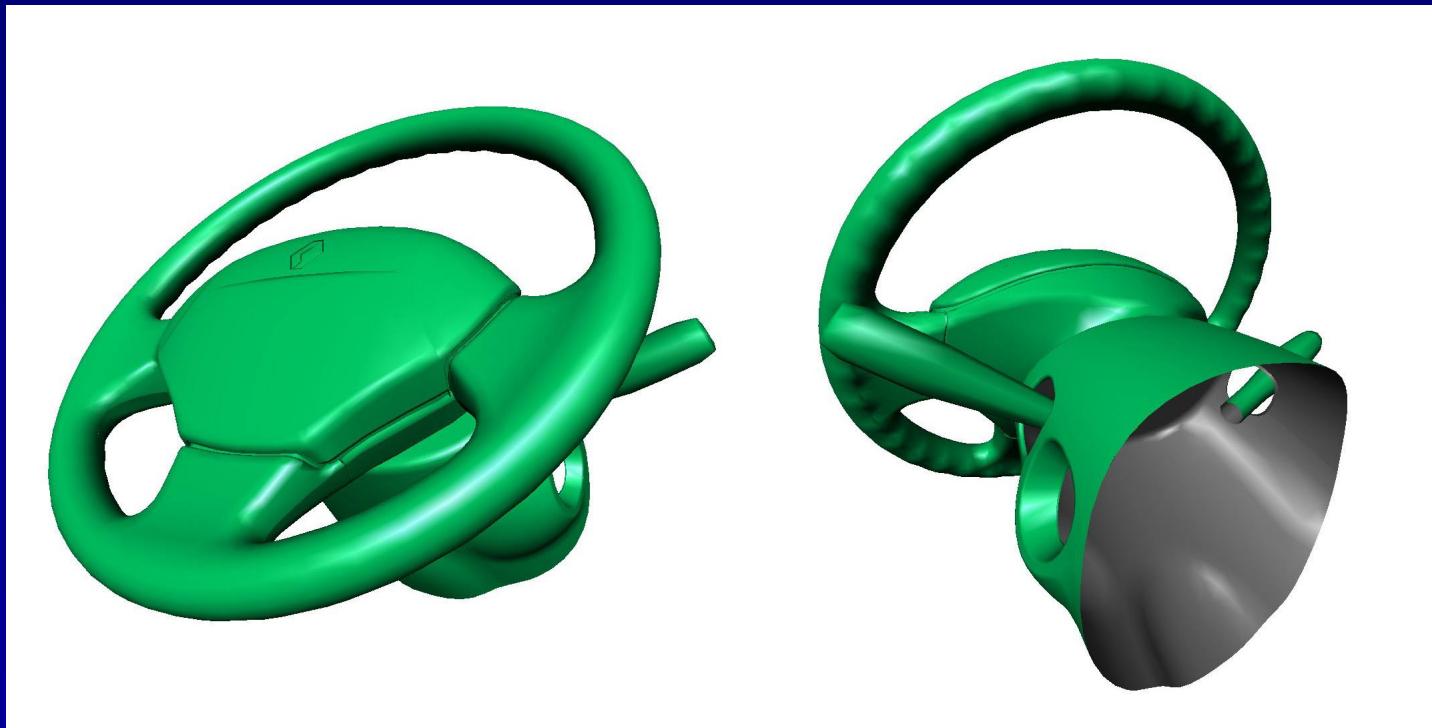
- Premières applications



Manipulation d'un cube et contact avec un cube statique : les transitions entre types de contacts s'effectuent de manière réaliste

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

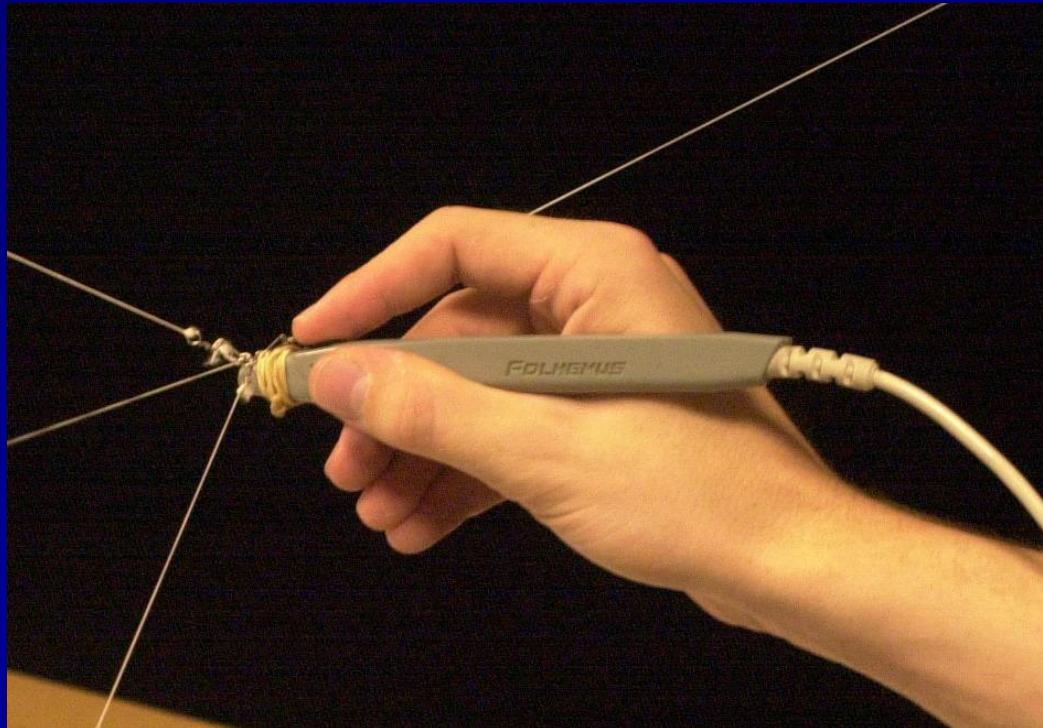
- Premières applications



Manipulation d'un très petit cube en contact avec des objets complexes (modèles © Renault)
La détection de collisions continue permet de ressentir les détails des modèles

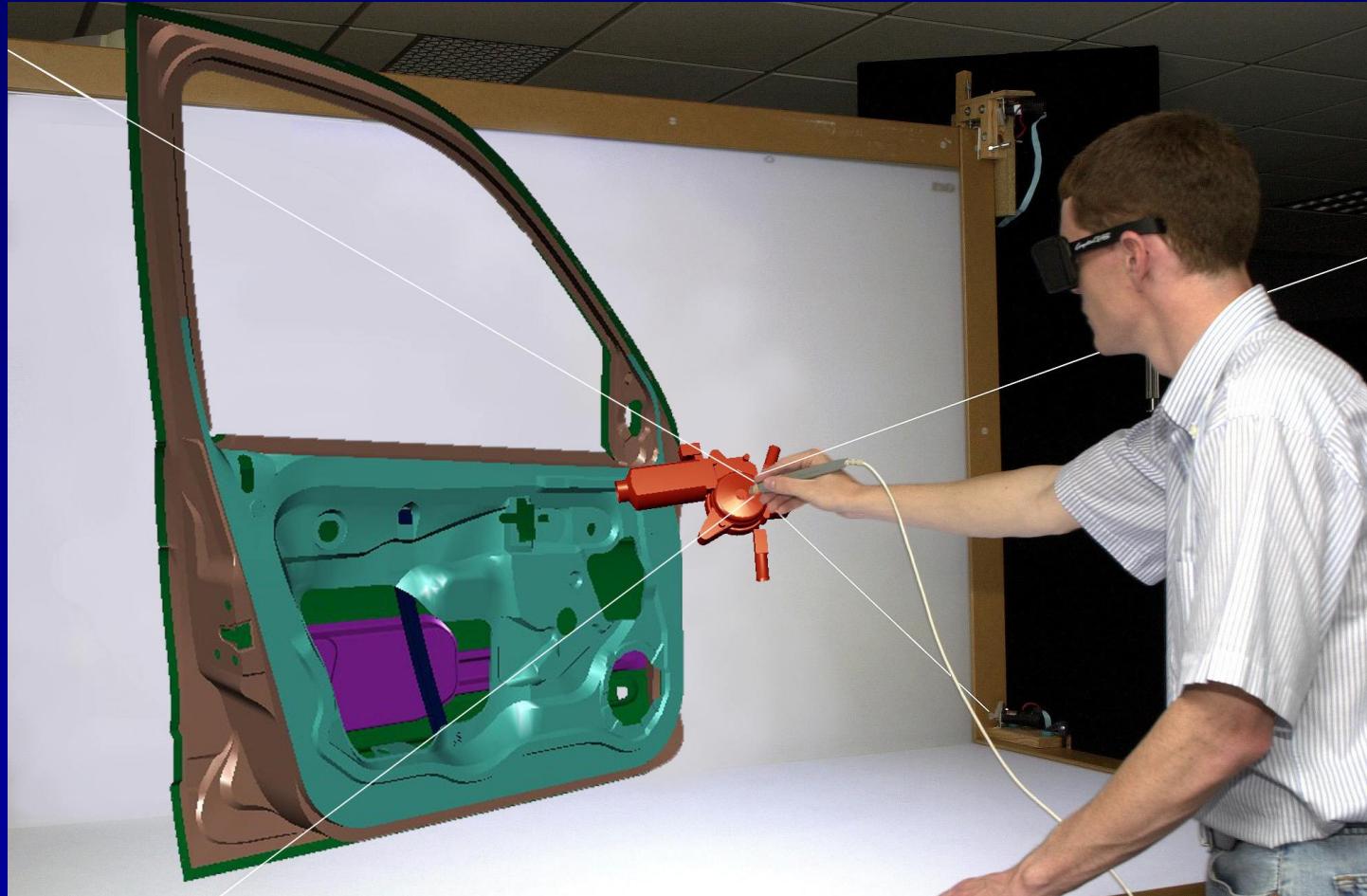
1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats

- Utilisation du **stylo Polhemus** et du SPIDAR (N. Tarrin)



Le stylo permet d'avoir de manipuler les objets en rotation

1. Introduction
2. Mouvements intermédiaires arbitraires
3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
4. Applications et résultats



Le stylo permet d'avoir de manipuler les objets en rotation (modèles © Renault)

- 1. Introduction
- 2. Mouvements intermédiaires arbitraires
- 3. Arithmétique d'intervalles et boîtes englobantes orientées
- 4. Applications et résultats

Merci de votre attention

Plus d'informations (articles, vidéos...) disponibles à :

<http://www-rocq.inria.fr/~redon>

<http://cs.unc.edu/~redon>



CULLIDE: Interactive Collision Detection Between Complex Models in Large Environments using Graphics Hardware

Naga K. Govindaraju, Stephane Redon, Ming C. Lin and Dinesh Manocha

<http://cs.unc.edu/~naga>

<http://cs.unc.edu/~redon>